2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1□□2022·□□□□·□□□□□□□□ m□n□s□t □□□□ $m+n=4$ □ $\frac{m}{s}+\frac{n}{t}=9$ □□□ m□n □□□□ s□t □□□□□ $\frac{8}{9}$ □□

$M(m,n)$ □□□ $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ □□□□ AB □□□□□ AB □□□□□□□（ ）

A□x□$4y$□$6=0$　　B□$4x$□y□$6=0$

C□$4x$□y□$10=0$　　D□ $x+4y-10=0$

□□□□D

□□□□

□□□□

□□□ $\frac{m}{s}+\frac{n}{t}=9$ □□ $s+t$ □□□□□□ m,n □□□□□□□□□ $m+n=4$ □□ m,n □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

$\because s+t=\frac{1}{9}(s+t)(\frac{m}{s}+\frac{n}{t})=\frac{1}{9}(m+\frac{ns}{t}+\frac{mt}{s}+n)\geq\frac{1}{9}(m+n+2\sqrt{mn})=\frac{8}{9}$□

□□□□ $\frac{ns}{t}=\frac{mt}{s}$ □□ $s=t$ □□□□

$\therefore m+n+2\sqrt{mn}=8$ □□ $m+n=4$ □□ m,n □□□□

$\therefore$□□□ $\begin{cases} m=2 \\ n=2 \end{cases}$ □

□□□□□□□□ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ □□ $\begin{cases} \frac{x_1^2}{8}+\frac{y_1^2}{2}=1 \\ \frac{x_2^2}{8}+\frac{y_2^2}{2}=1 \end{cases}$ □

□□□□□ $\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{8}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{2}=0$□

$\because x_1+x_2=4, y_1+y_2=4$□

$\therefore k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{2(x_1+x_2)}{8(y_1+y_2)}=-\frac{1}{4}$□

∴□□□□□ $y-2=-\frac{1}{4}(x-2)$ □□ $x+4y-10=0$□

□□□D□

2□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□1765 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□△ABC□□□ O□□□ G□□□ H□□□□□□□

□□.□ AB=4□AC=2□□□□□□□□□□□□□ □

A□ $AG\cdot BC-4=0.$ B□ $2GO=-GH$

C□ $AO\cdot BC+6=0$ D□ $OH=OA+OB+OC$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□ AG □□.

□□□□

G□□□□ ABC□□□□□□ $AG=\frac{2}{3}\times\left[\frac{1}{2}\times(AB+AC)\right]=\frac{1}{3}(AB+AC)$ □

$AG\cdot BC-4=\frac{1}{3}(AB+AC)(AC-AB)-4=\frac{1}{3}(AC^2-AB^2)-4=-8$□A □□.

□□□□□□□□□ $2GO=-GH$ □B □□□□.

$AO\cdot BC+6=(AH+HO)\cdot BC+6=AH\cdot BC+HO\cdot BC+6=HO\cdot BC+6$

$=\frac{3}{2}HG\cdot BC+6=\frac{3}{2}(AG-AH)\cdot BC+6$

$=\frac{3}{2}(AG\cdot BC-AH\cdot BC)+6=\frac{3}{2}AG\cdot BC+6$

$=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}(AB+AC)\times(AC-AB)+6$

$=\frac{1}{2}\times(2^2-4^2)+6=0$□□□ C □□□□.

$OH=3OG=3(OA+AG)=3OA+3AG$

$=3OA+3\times\frac{1}{3}(AB+AC)=3OA+AB+AC$

$=3OA+OB-OA+OC-OA=OA+OB+OC$□□□D□□□□.

□□□A

3□□2022·□□□□·□□□□□□ $a=\log_2\sqrt{3}$，$b=2^{\log_4\frac{3}{4}}$，$c=2^{-\frac{1}{2}}$，□□ a□b□c □□□□□□□　　□□

A□$a>b>c$　　B□$b>a>c$

C□$c>a>b$　　D□$b>c>a$

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□$b=2^{\log_4\frac{3}{4}}$□□□$\frac{\sqrt{3}}{2}$□□□□c□□□□□□□□□a,c□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□a,b□□□□□

□□□.

□□□□

□□□□$b=2^{\log_4\frac{3}{4}}=2^{\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$c=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，□□$b>c$□

□$2^{\sqrt{2}}<2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}<3$□□$2^{\sqrt{2}}<3$□□□$\log_4 2^{\sqrt{2}}<\log_4 3$□□$\frac{\sqrt{2}}{2}<\log_4 3$□

□□$a=\log_2\sqrt{3}=\log_4 3$□□□$c<a$□

□□$2^8=256>243=3^5$□□$\log_2 3<\frac{8}{5}<\sqrt{3}$□□$2^{\sqrt{3}}>3$□

□□$\log_4 2^{\sqrt{3}}>\log_4 3$□□□$\frac{\sqrt{3}}{2}>\log_4 3$□

□□$b>a$□□□$b>a>c$□

□□□B.

4□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□$C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$□□□□□$F_1$□$M$□$C$□□□□□□□□$D$□□□□$(3,1)$□□$|MD|-|MF_1|$□□□□

□□　　□□

A. 3　　B. 1　　C. -1　　D. -3

【答案】D

【解析】

【分析】

$|MD|-|MF_1|=|MD|-(|MF_2|+2a)=(|MD|-|MF_2|)-2a\le|F_2D|-2a$，计算即可求得结果.

【详解】

双曲线的实半轴长为 $a=2$，右焦点为 $F_2(3,0)$，

所以$|MD|-|MF_1|=|MD|-(|MF_2|+2a)=(|MD|-|MF_2|)-2a\le|F_2D|-2a=\sqrt{(3-3)^2+(1-0)^2}-4=-3$，

当且仅当 M，F_2，D三点共线时取等号.

故选：D.

5.（2022·河北唐山·高三期末）已知圆柱的侧面积为2π，其外接球的表面积为S，则S的最小值为（　　）

A. 3π　　B. 4π　　C. 6π　　D. 9π

【答案】B

【解析】

【分析】

设圆柱的底面半径为r，高为h，则由题意可得$2\pi rh=2\pi$，得$rh=1$，设圆柱的外接球半径为R，则$R^2=r^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2$，然后利用基本不等式求出$R$的最小值，从而可求出$S$的最小值

【详解】

设圆柱的底面半径为r，高为h，

因为圆柱的侧面积为2π，

所以$2\pi rh=2\pi$，得$rh=1$，

设圆柱的外接球半径为R，则$R^2=r^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2\ge2r\cdot\frac{h}{2}=rh=1$，

当且仅当$r=\frac{h}{2}$，即$h=\sqrt{2},r=\frac{\sqrt{2}}{2}$时取等号，所以$R^2$的最小值为1，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□□□□□□ S □□□□□ $4\pi R^2=4\pi$ □

□□□B

6□□2022·□□□□·□□□□□□ $a=\log_2 3$ □ $b=\log_3 4$ □ $c=\log_4 8$ □□□□　□

A□$b<c<a$　　B□$c<b<a$　　C□$a<c<b$　　D□$a<b<c$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□ $\log_3 4=\log_{27}64=\frac{1}{\log_{64}27}$ □ $\log_4 8=\log_{16}64=\frac{1}{\log_{64}16}$ □

□□ $y=\log_{64}x$ □$(0,+\infty)$ □□□□□□∴ $\log_{64}27>\log_{64}16>0$ □∴ $\frac{1}{\log_{64}27}<\frac{1}{\log_{64}16}$ □□ $\log_3 4<\log_4 8$ □□ $b<c$ □

□□□□ $y=\log_4 x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $\log_2 3=\log_4 9>\log_4 8$ □

□ $c<a$ □

□□ $a>c>b$ □

□□□A□

7□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=2^x|2^x-a|$ □□ $0\le x\le 1$ □ $f(x)\le 1$ □□□□ a □□□□□□□　□

A□$\left[\frac{7}{4},2\right]$　　B□$\left[\frac{5}{3},2\right]$

C□$\left[\frac{3}{2},2\right]$　　D□$\left[\frac{3}{2},\frac{5}{3}\right]$

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□ $2^x-2^{-x}\le a\le 2^x+2^{-x}$ □□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ $f(x)\le1$ □□□ $|2^x-a|\le2^{-x}$ □□ $-2^{-x}\le a-2^x\le2^{-x}$ □□ $2^x-2^{-x}\le a\le2^x+2^{-x}$ □□ $0\le x\le1$ □□

$2^x+2^{-x}\ge2\sqrt{2^x\times2^{-x}}=2$ □□□□□ $x=0$ □□□□□□ $2^x-2^{-x}\le2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ □□□ $\frac{3}{2}\le a\le2$ □

□□□C

8．□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□ S_n □ $b_n=\frac{a_n^4}{a_{n+1}^3}$ □□□□ $\{b_n\}$ □□ n □□ T_n □□□□□□□□□□ n □□

$S_n<T_n$ □□□□ $\{a_n\}$ □□□ q □□□□□□□　　□

A．$(1,+\infty)$　　B．$(0,1)$　　C．$(2,+\infty)$　　D．$(0,4)$

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□□□□ $q=1$ □□□ $S_n=T_n$ □□□□□□□□□□□□ $q\ne1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ □ $T_n=\frac{a_1(1-q^n)}{q^3(1-q)}$ □□□□□

$a_1>0$ □ $q>0$ □ $T_n>S_n$ □□□□□□.

□□□□

□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□□□ $q>0$ □ $a_1>0$ □

□ $q=1$ □□ $a_n=a_1$ □ $b_n=\frac{a_n^4}{a_{n+1}^3}=a_1$ □ $S_n=T_n$ □□□□□□□

□ $q\ne1$ □□ $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ □ $b_n=\frac{a_n^4}{a_{n+1}^3}=\frac{a_n}{q^3}$ □ $T_n=\frac{\frac{a_1}{q^3}(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1(1-q^n)}{q^3(1-q)}$ □

$T_n-S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}\left(\frac{1}{q^3}-1\right)=\frac{a_1(1-q^n)(1-q^3)}{q^3(1-q)}=\frac{a_1(1-q^n)(1+q+q^2)}{q^3}$ □

□□ $a_1>0$ □ $q>0$ □□□□ $T_n>S_n$ □□ $1-q^n>0$ □ $q^n<1$ □ $0<q<1$ □

□□□ $\{a_n\}$ □□□ q □□□□□ $(0,1)$ □

□□□B.

9□□2021·□□□□·□□□□□□□ R □□□□□ $f(x)$ □□ $f(2-x)=f(2+x)$ □□□□ $x\in[0,2]$ □□

$f(x)=\begin{cases}e^x-1,0\le x\le 1,\\ x^2-4x+4,1< x\le 2.\end{cases}$ □□□ x □□□□ $m|x|\le f(x)$ □□□□□□□□ 9 □□□□□ m □□□□□□□（　　）

A□ $\left(\frac{e-1}{7},\frac{e-1}{5}\right]$　　B□ $\left[\frac{e-1}{7},\frac{e-1}{5}\right]$　　C□ $\left(\frac{e-1}{9},\frac{e-1}{7}\right]$　　D□ $\left[\frac{e-1}{9},\frac{e-1}{7}\right]$

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ R □□□□□ $f(x)$ □□ $f(2-x)=f(2+x)$ □

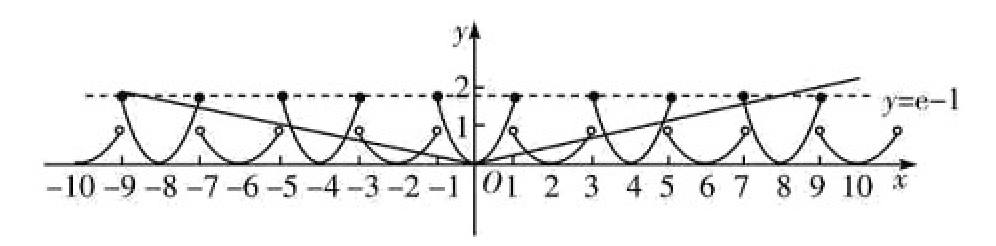
□□ $f(2-x)=f(2+x)=f(x-2)$ □□□□□ $f(x)$ □□□□4□

□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□□ x □□□□ $m|x|\le f(x)$ □□□□□□□□9□□

□□□□ $\begin{cases}7m\le e-1\\ 9m>e-1\end{cases}$ □□□□□ m □□□□□□□ $\left(\frac{e-1}{9},\frac{e-1}{7}\right]$.

□□□C.



□□□□

□□

□□.

10□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\dfrac{2}{1+x^2}$ □□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_2a_{2021}=1$ □□

$f(a_1)+f(a_2)+\cdots+f(a_{2022})=$ □ □

A□2022 B□1011 C□2 D□$\dfrac{1}{2}$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□ $f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$ □□□□□□□□□□□□

$a_1a_{2022}=a_2a_{2011}=\cdots=a_{1011}a_{1012}=1$ □□□□□□□.

□□□□

$\because f(x)=\dfrac{2}{1+x^2}(x\in R)$ □

$\therefore f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{2}{1+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2}=\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{2x^2}{x^2+1}=2$ □

□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $\therefore a_1a_{2022}=a_2a_{2011}=\cdots=a_{1011}a_{1012}=1$ □

□ $f(a_1)+f(a_2)+f(a_3)+f(a_{2022})=2\times1011=2022$.

□□□A

11□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □ S_n □□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□ $n\in N^*$ □□□ $S_6\le S_n$ □□□□ $\dfrac{a_{10}}{a_7}$ □□□□□□□

□

A□3 B□4 C□5 D□6

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□□□ $a_1<0$ □□□ $d>0$ □□□□ $a_6=0$ □□□ $a_6<0, a_7>0$ □□□ a_1 □ d □□□□□□□□□ $\frac{a_{10}}{a_7}$ □□□□□,□□□□.

□□□□

□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□ $n\in N^*$ □□□ $S_6\le S_n$ □□□□ S_6 □□□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□□□□ $a_1<0$ □□□ $d>0$ □

□ $a_6=0$ □□□ $S_5=S_6$ □ S_5 □ S_6 □□□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□□□□□ $a_6=a_1+5d=0$ □□ $a_1=-5d$ □□

$$\frac{a_{10}}{a_7}=\frac{a_1+9d}{a_1+6d}=\frac{4d}{d}=4,$$

□ $a_6<0, a_7>0$ □□□ S_6 □□□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□□□□□ $a_6=a_1+5d<0$ □ $a_7=a_1+6d>0$ □□ $-6<\frac{a_1}{d}<-5$ □□

$$\frac{a_{10}}{a_7}=\frac{a_1+9d}{a_1+6d}=\frac{\frac{a_1}{d}+9}{\frac{a_1}{d}+6}=1+\frac{3}{\frac{a_1}{d}+6}$$,□□ $\frac{a_{10}}{a_7}>4$ □

□□□□□ $\frac{a_{10}}{a_7}\ge 4$ □□□□□□□BCD □□□□□

□□□A

12□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ a□b □□ $a=\log_2 3+\log_8 6$ □ $6^a+8^a=10^b$ □□□□□□□□□□□ □ □

A□ $a>2>b$ B□ $b>2>a$ C□ $a>b>2$ D□ $b>a>2$

□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $a>2$ □ $b>2$ □□□□□ $f(x)=6^x+8^x-10^x$ □ $x>2$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x>2$ □□

$f(x)=6^x+8^x-10^x<0$ □□□□□□□ a,b □□□.

□□□□

□□ $a=\log_2 3+\log_8 6=\log_2 3+\frac{1}{3}\log_2(2\times3)$

$=\frac{4}{3}\log_2 3+\frac{1}{3}>\frac{4}{3}\log_2 2\sqrt{2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}>2$□□□ $a>2$□

□ $6^a+8^a=10^b$ $a>2$ □ □□□ $6^a+8^a>36+64=100$ □□□ $b>2$ □

□ $f(x)=6^x+8^x-10^x$ □ $x>2$ □

□ $t=x-2>0$ □□ $x=t+2$□

□ $f(x)=6^x+8^x-10^x$ □ $x>2$ □□□ $g(t)=36\times6^t+64\times8^t-100\times10^t$ □ $t>0$□

□ $g(t)=36\times6^t+64\times8^t-100\times10^t<100\times8^t-100\times10^t<0$ □

□□□ $x>2$ □□ $f(x)=6^x+8^x-10^x<0$ □

□ $6^a+8^a=10^b<10^a$ □□□ $a>b>2$ □

□□□C□

13□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\tan\alpha=\frac{1}{3},\tan\beta=-\frac{1}{7}$，□ $\alpha,\beta\in(0,\pi)$ □□ $2\alpha-\beta=$□　　□

A□ $\frac{\pi}{4}$　　B□ $-\frac{\pi}{4}$

C□ $-\frac{3\pi}{4}$　　D□ $-\frac{3\pi}{4}$ □ $\frac{\pi}{4}$

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\tan(2\alpha-\beta)$ □□□□□□ $2\alpha-\beta$ □□□□□□□□.

□□□□

□ $\tan\alpha=\frac{1}{3},\tan\beta=-\frac{1}{7}$ □□ $\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{3}{4}$□

$\tan(2\alpha-\beta)=\dfrac{\tan 2\alpha-\tan\beta}{1+\tan 2\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{3}{4}-(-\frac{1}{7})}{1+\frac{3}{4}\times(-\frac{1}{7})}=1$，

因 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$， $\tan\alpha>0,\tan\beta<0$，则 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$，又 $\tan 2\alpha>0$，有 $0<2\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，

于是得 $-\pi<2\alpha-\beta<0$，因此， $2\alpha-\beta=-\dfrac{3\pi}{4}$，

所以 $2\alpha-\beta=-\dfrac{3\pi}{4}$.

故选：C

14.（2022·湖北·恩施土家族苗族高中高三期末）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $2a_n-S_n=2$，记数列 $\left\{\dfrac{a_n}{(a_n+1)(a_{n+1}+1)}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，若对于任意 $n\in N^*$，不等式 $k>T_n$ 恒成立，则实数 k 的取值范围为（　　）

A. $[\dfrac{1}{3},+\infty)$　　B. $(\dfrac{1}{3},+\infty)$

C. $[\dfrac{1}{2},+\infty)$　　D. $(\dfrac{1}{2},+\infty)$

【答案】A

【解析】

【分析】

先求得 a_n，然后利用裂项求和法求得 T_n，进而求得 k 的取值范围.

【详解】

依题意 $2a_n-S_n=2$，

当 $n=1$ 时， $a_1=2$，

$\begin{cases}2a_n-S_n=2\\2a_{n-1}-S_{n-1}=2,n\geq 2\end{cases}$，两式相减并化简得 $a_n=2a_{n-1}$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为2，公比为2的等比数列， $a_n=2^n$.

$\frac{a_n}{(a_n+1)(a_{n+1}+1)}=\frac{2^n}{(2^n+1)(2^{n+1}+1)}=\frac{1}{2^n+1}-\frac{1}{2^{n+1}+1}$□

□□ $T_n=\frac{1}{2^1+1}-\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^2+1}-\frac{1}{2^3+1}+\cdots+\frac{1}{2^n+1}-\frac{1}{2^{n+1}+1}$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{2^{n+1}+1}<\frac{1}{3}$□

□□ k □□□□□ $\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$.

□□□A

15□□2022·□□·□□□□□□□□□□“□□□□□□□□□□□”□□□ v □□

□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□ r □□□□□□□□□□□□□ t □□□□□□□□□□□□□□□□□ $m(t)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

$m(t)=\frac{r}{k}+\left(m_0-\frac{r}{k}\right)e^{-\frac{k}{v}t}$ □ m_0 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 80 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ 10%□□□□□□□□□□□□□□□ $\ln 10\approx 2.30$ □□　　　　□

A□1 □□　　　　B□3 □□　　　　C□□□　　　　D□1 □

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□ $m(t)=m_0e^{-\frac{1}{80}t}=0.1m_0$ □□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $m(t)=m_0e^{-\frac{1}{80}t}=0.1m_0$

$\therefore e^{-\frac{1}{80}t}=0.1$

$\therefore -\frac{1}{80}t=\ln 0.1\approx -2.30$

$\therefore t\approx 184$ □□□

∴□□□□□□□□□□□□□□□□ 10%□□□□□□□□□□□.

□□□C.

16．（2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□(*Colin Maclaurin*)□□□□□□□ *Maclaurin* □□□ $\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\cdots$ □□□□□□□□□□□□□□□□

$\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{4}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{2})^n}{n}+\cdots(n\geq5)$ □□□□□□　　□□□□□□□ $\ln2.414=0.881,\ln3.414=1.23$ □

A．2.788　　B．2.881　　C．2.886　　D．2.902

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□ $\ln(1+\sqrt{2})=\sqrt{2}-\frac{2}{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{4}{4}+\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{4}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{2})^n}{n}+\cdots$ □□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $\ln(1+\sqrt{2})=\sqrt{2}-\frac{2}{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{4}{4}+\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{4}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{2})^n}{n}+\cdots$ □

□□ $\ln(1+\sqrt{2})+2=\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{4}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{2})^n}{n}+\cdots(n\geq5)$

□□ $\ln(1+\sqrt{2})+2\approx\ln2.414+2=2.881$.

□ $\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{4\sqrt{2}}{5}-\frac{4}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(\sqrt{2})^n}{n}+\cdots(n\geq5)$ □□□□□ 2.881.

□□□B.

□□□□

□□.

17．（2022·□□·□□□□□□□□□①□ $x>0$ □ $y>0$ □□ $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}\leq\sqrt{xy}$ □②□ $a>0$ □ $b>0$ □ $c>0$ □ $d>0$ □□ $(a^2+b^2)(c^2+d^2)\leq(ac+bd)^2$ □③□ $x>0$ □ $y>0$ □□ $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{2x+y}=1$ □□ $3x+y$ □□□□□ $2+2\sqrt{2}$.

□□□□□□□□□□□□□　　□

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□“□□□□□□□”□□□□□□□□□□.

□□□□

① □□□□□□□□□ $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}\le\frac{2}{2\sqrt{\frac{1}{xy}}}=\sqrt{xy}$ □□□□□ $x=y$ □□□□①□□□②

$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2\ge a^2c^2+2abcd+b^2d^2=(ac+bd)^2$ □□□□□ $ad=bc$ □□□□②□□□③

$3x+y=(x+1)+(2x+y)-1$ □□ $[(x+1)+(2x+y)]\left(\frac{1}{x+1}+\frac{2}{2x+y}\right)=3+\frac{2x+y}{x+1}+\frac{2(x+1)}{2x+y}\ge3+2\sqrt{2}$ □□□□□

$\frac{2x+y}{x+1}=\frac{2(x+1)}{2x+y}$ □□□□□□□ $3x+y\ge2+2\sqrt{2}$ □③□□.

□□□C.

18□□2022·□□·□□□□□□□□□□□ $f'(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ $\tan x\cdot f'(x)>f(x)$ □ $a=\sqrt{6}f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ □ $b=\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ □ $c=\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□□□□□　　□

A□ $a<b<c$　　B□ $a<c<b$

C□ $b<a<c$　　D□ $c<b<a$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□□ $\frac{\sin^2 x}{\cos x}\left(\frac{f(x)}{\sin x}\right)'>0$ □□□□□□□ $g(x)=\frac{f(x)}{\sin x}$ □ $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $\tan x\cdot f'(x) > f(x) \Leftrightarrow \tan x\cdot f'(x) - f(x) > 0$□

□□□□□ $\tan x\left(f'(x) - \frac{f(x)}{\tan x}\right) > 0 \Leftrightarrow \tan x\left(f'(x) - \frac{f(x)\cdot\cos x}{\sin x}\right) > 0$

$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos x}\left(\frac{f(x)}{\sin x}\right)' > 0$□

□□□□□ $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$□$\cos x>0$□$\left(\frac{f(x)}{\sin x}\right)'>0$□$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$□

$\cos x<0$□$\left(\frac{f(x)}{\sin x}\right)'<0$□□□□□ $g(x)=\frac{f(x)}{\sin x}$□$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$□□□□□□

□□ $\frac{f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\frac{\pi}{6}} < \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\frac{\pi}{4}} < \frac{f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\frac{\pi}{3}}$ □□ $2f\left(\frac{\pi}{6}\right) < \sqrt{2}\left(\frac{\pi}{4}\right) < \frac{2\sqrt{3}}{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$□

□□□A.

19□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $AB\perp AC$□$|\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{t}$□$|\overrightarrow{AC}|=t$□□ P□□ $\triangle ABC$□□□□□□□□□

$\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{9\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$ □□ $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$□□□□□□□ □

A□16　　　　B□4　　　　C□82　　　　D□76

□□□□D

□□□□

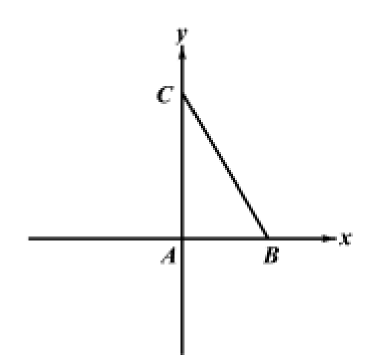
□□□□

□A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $B\left(\frac{1}{t},0\right)$□$C(0,t)(t>0)$□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P(1,9)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$□□

□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $B\left(\frac{1}{t},0\right)$ □ $C(0,t)(t>0)$ □



□ $AB=\left(\frac{1}{t},0\right)$ □ $AC=(0,t)$ □ $\therefore AP=t\left(\frac{1}{t},0\right)+\frac{9}{t}(0,t)=(1,9)$ □□ $P(1,9)$ □

$\therefore PB=\left(\frac{1}{t}-1,-9\right)$ □ $PC=(-1,t-9)$ □ $\therefore PB\cdot PC=1-\frac{1}{t}-9t+81=82-\left(9t+\frac{1}{t}\right)$ □

□ $t>0$ □ $\therefore 9t+\frac{1}{t}\geq 2\sqrt{9t\cdot\frac{1}{t}}=6$ □□□□□ $9t=\frac{1}{t}$ □□ $t=\frac{1}{3}$ □□□□□□

$\therefore (PB\cdot PC)\leq 82-6=76$.

□□□D.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

20□□2022·□□□□·□□□□□ $[x]$ □□□□□□□ x □□□□□□□ $a_n=[\log_8 n]$ □□ $\sum_{i=1}^{2022}a_i$ □□□□ （　　）

A□5479　　B□5485　　C□5475　　D□5482

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□ $0\le \log_8 n<1$ □ $1\le \log_8 n<2$ □□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $1\le n<8$ □□ $a_n=0$ □

□ $8\le n<64$ □□ $a_n=1$ □

□ $64\le n<512$ □□ $a_n=2$ □

□ $512\le n<4096$ □□ $a_n=3$ □

□□ $\sum_{i=1}^{2022} a_i=7\times 0+56\times 1+448\times 2+1511\times 3=5485$.

□□□B

21□□2022·□□□□·□□□□□□□ F_1, F_2 □□□ C_1 □ $\frac{x^2}{a_1^2}+\frac{y^2}{b_1^2}=1$ $(a_1>b_1>0)$ □□□□ C_2 □ $\frac{x^2}{a_2^2}-\frac{y^2}{b_2^2}=1$ $(a_2>0, b_2>0)$ □□□□□□

□ M □□□□□□□□□□□□ $\angle F_1MF_2=\frac{\pi}{3}$ □ e_1, e_2 □□□ C_1 □ C_2 □□□□□□ e_1e_2 □□□□□□ □

A□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B□ $\sqrt{3}$　　C□2　　D□3

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□ C_1 □□□□ C_2 □□□□□□□ c □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ C_1 □□□□ C_2 □□□□□□□ c □□□□□□□□□□□□□□□□ M □□□□□□

□□□□□□□□□□□ $|MF_1|+|MF_2|=2a_1$ □□ $|MF_1|-|MF_2|=2a_2$ □□□ $|MF_1|=a_1+a_2$ □ $|MF_2|=a_1-a_2$ □

□ $\triangle F_1MF_2$ □□□□□□□□□ $|F_1F_2|^2=|MF_1|^2+|MF_2|^2-2|MF_1||MF_2|\cos\angle F_1MF_2$ □

□$4c^2=(a_1+a_2)^2+(a_1-a_2)^2-2(a_1+a_2)(a_1-a_2)\cos\frac{\pi}{3}$□□□□□$4c^2=a_1^2+3a_2^2$□

□□□$4=\frac{a_1^2}{c^2}+\frac{3a_2^2}{c^2}=\frac{1}{e_1^2}+\frac{3}{e_2^2}\ge 2\sqrt{\frac{1}{e_1^2}\cdot\frac{3}{e_2^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{e_1e_2}$□□□□□$\frac{1}{e_1^2}=\frac{3}{e_2^2}$□□$e_2=\sqrt{3}e_1$□□“=”□

□□□$e_1e_2\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$□

□□e_1e_2□□□□□$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

□□□A

22□□2022·□□□□·□□□□□□□ a□sin2□$b=2-\frac{4}{\pi}$□c□tan□π□2□□□□　　□

A□a□b□c　　B□a□c□b　　C□c□a□b　　D□c□b□a

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□ c□ 1 □□□□ a□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□□□

□□□□

□□□□□□$c=\tan(\pi-2)=-\tan2>-\tan\frac{2\pi}{3}=\sqrt{3}>1$□

$a=\sin2>\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$□□$a<1$□□$a\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$□

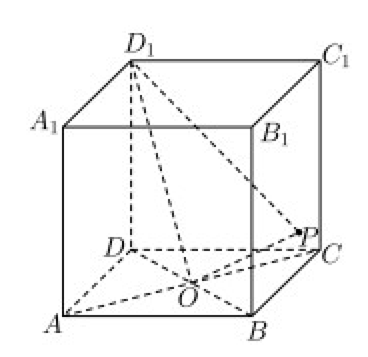
$b=2-\frac{4}{\pi}<\frac{4}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2}$□

□ c□a□b□

□□□C

23□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□O□□□$ABCD$□□□□□P□□□BCC_1B_1□□□□□□□□□□

□$D_1O\perp OP$□□□□□□D_1P□AB□□□□□□□□□□□□□□　　□



A□ $\frac{2}{3}$　　B□ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C□ $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D□ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\overrightarrow{D_1P}$ □ $\overrightarrow{AB}$ □□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□2

$A(2,0,0), B(2,2,0)$ □ $D_1(0,0,2), O(1,1,0)$ □ $\overrightarrow{D_1O}=(1,1,-2)$ □ $\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$

□ $P(a,2,b), a,b\in[0,2]$ □□□ $\overrightarrow{D_1O}\cdot\overrightarrow{OP}=0$ □ $\overrightarrow{OP}=(a-1,1,b)$

□□ $a-1+1-2b=0, a=2b$ □□ $P(2b,2,b)$

□□□ A_1D_1DA □□□□ Q □□□ $QP//AB$ □□ $Q(2b,0,b)$

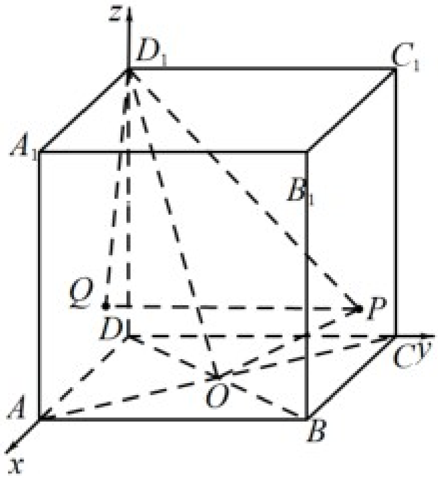
□□□□□ D_1QP □□□□□□□□ $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{D_1P},\overrightarrow{AB}\right\rangle\right|=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{QP},\overrightarrow{PD_1}\right\rangle\right|=\frac{|QP|}{|D_1P|}$

$|QP|=2, \overrightarrow{D_1P}=(2b,2,b-2), \left|\overrightarrow{D_1P}\right|=\sqrt{4b^2+4+b^2+4-4b}=\sqrt{5b^2-4b+8}$

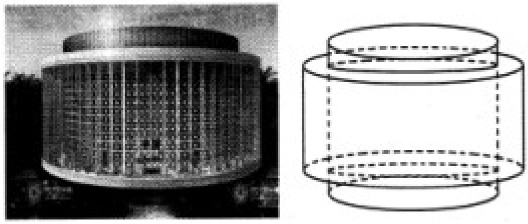
□ $y=5b^2-4b+8$ □□□□□ $b=-\frac{-4}{2\times5}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ □□ $y_{\min}=5\times\frac{4}{25}-4\times\frac{2}{5}+8=\frac{36}{5}$

□ $\left(\cos\left\langle\overrightarrow{D_1P},\overrightarrow{AB}\right\rangle\right)_{\max}=\frac{2}{\sqrt{\frac{36}{5}}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

故选：C



24．(2022·辽宁·东北育才学校高三期末)“迪拜世博会”于2021年10月1日至2022年3月31日在迪拜举行，中国馆建筑名为“华夏之光”，外观取型中国传统灯笼，寓意希望和光明．它的形状可视为内外两个同轴圆柱，某爱好者制作了一个中国馆的实心模型，已知模型内层底面直径为12cm，外层底面直径为16cm，且内外层圆柱的底面圆周都在一个直径为20cm的球面上.此模型的体积为（　　）



A．$304\pi\text{cm}^3$　　B．$840\pi\text{cm}^3$　　C．$912\pi\text{cm}^3$　　D．$984\pi\text{cm}^3$

【答案】C

【解析】

【分析】

求出内层圆柱，外层圆柱的高，该模型的体积等于外层圆柱的体积与上下面内层圆柱高出的几何体的体积之和，计算可得解.

【详解】

如图，该模型内层圆柱底面直径为12cm，且其底面圆周在一个直径为20cm的球面上，

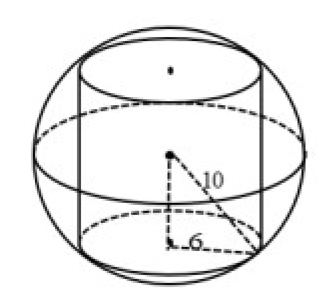
可知内层圆柱的高 $h_1=2\sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2-\left(\frac{12}{2}\right)^2}=16$

同理，该模型外层圆柱底面直径为16cm，且其底面圆周在一个直径为20cm的球面上，

可知外层圆柱的高 $h_2=2\sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2-\left(\frac{16}{2}\right)^2}=12$

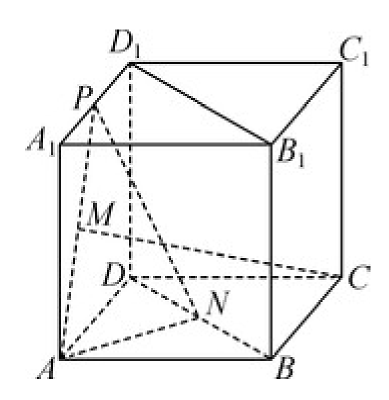
□□□□□□□ $V=\pi\left(\frac{16}{2}\right)^2\times12+\pi\left(\frac{12}{2}\right)^2\times(16-12)=912\pi$

□□□C



□□□□□

25□□2022·□□□□□·□□□□□□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□N□□□$ABCD$□□□□P□□A_1D_1□□□□□□□□□□□□□□M□□□AP□□□□□□□□□□□□□□　　□



A□CM□PN□□□□□

B□$|CM|>|PN|$

C□□P□A□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

D□□□$PAN\perp$□□BDD_1B_1

□□□□BD

□□□□

□□□□

□□PC□□□□$M\in PA$□$PA\subset$□□PAC□□$CM\subset$□□PAC□□□□$N\in AC$□ $AC\subset$□□PAC□□$PN\subset$□□PAC□□□

A□

□D□□□□DA□DC□DD_1□□□□□□□□x□y□z□□□□□□□□□□□□□□□□

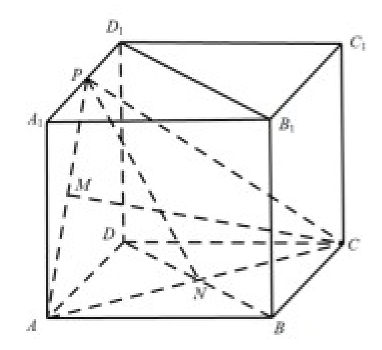
□ $DA=2, D_1P=x(0<x<2)$ □□□ $|PN|$ □ $|CM|$ □ $|PN|^2-|CM|^2$ □□□□□ B□

□ C_1D_1 □□□ E □□□□□□ $PECA$ □□□□□ $AP^2=A_1P^2+AA_1^2=C_1E^2+CC_1^2=CE^2$ □

□□□ C□

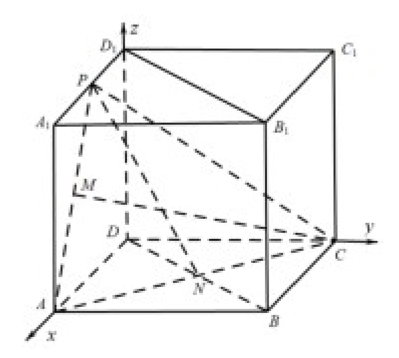
□□□□□□□□□□□□ $DD_1\perp$ □□ $ABCD$ □□□□□□□□□□□□□□□ D.

□□□□



□□□□□□ PC □□□□ $M\in PA$ □ $PA\subset$ □□ PAC □□□ M □□□□ PAC □□ $CM\subset$ □□ PAC □□□□ $N\in AC$ □ $AC\subset$ □□ PAC □□□ N □□□□ PAC □□ $PN\subset$ □□ PAC □

□ PN□ CM □□□□□□□□ A □□□



□□□□□ D □□□□ DA□ DC□ DD_1 □□□□□□□□ x□ y□ z □□□□□□□□□□□□□□□

□ $DA=2,D_1P=x(0<x<2)$ □□ $P(x,0,2)$, $N(1,1,0)$ □ $M\left(\frac{2+x}{2},0,1\right)$, $C(0,1,0)$ □

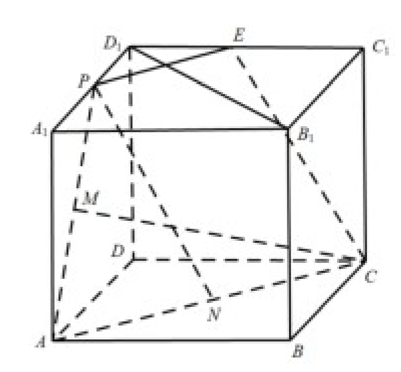
□□ $PN=(1-x,1,-2)$ □ $CM=\left(\frac{2+x}{2},-1,1\right)$ □

$|\vec{PN}|=\sqrt{(1-x)^2+5}$□$|\vec{CM}|=\sqrt{\left(\frac{2+x}{2}\right)^2+2}$□

□□$|\vec{PN}|^2-|\vec{CM}|^2=(1-x)^2-\left(\frac{2+x}{2}\right)^2+3=\frac{3}{4}(x-2)^2+3$□

□□$0<x<2$□□□$|\vec{PN}|^2-|\vec{CM}|^2>0$□

□$|\vec{PN}|>|\vec{CM}|$□□B□□□

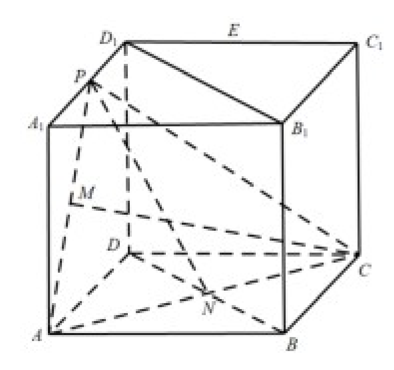


□□□□□C_1D_1□□□E□□□CE□PE□□$PE//AC$□$PE=\frac{1}{2}AC$□

□□□□□$PECA$□□□□

□□$AP^2=A_1P^2+AA_1^2=C_1E^2+CC_1^2=CE^2$□□□$AP=CE$□

□□□□□□□$PECA$□□□□□□□C□□□



□□□□□□□□$ABCD$□□□□□□□$AC\perp BD$□

□□$DD_1\perp$□□$ABCD$□□□$DD_1\perp AC$□□□$DD_1\cap BD=D$□

□□$AC\perp$□□DD_1B_1B□□$AC\subset$□□PAC□□□□□PAC□□DD_1B_1B□

□□□ $PAN\perp$ □□ DD_1B_1B □□ D □□.

□□□BD.

26．□2022·□□□□·□□□□□□□□ $\lim\limits_{\Delta x\to+0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$ □□□□□ $\lim\limits_{\Delta x\to+0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$ □□□□□

$z=f(x,y)$ □□ (x_0,y_0) □□ x □□□□□□□ $f_x(x_0,y_0)$ □□ $\lim\limits_{\Delta y\to+0}\dfrac{f(x_0,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$ □□□□□

$\lim\limits_{\Delta y\to+0}\dfrac{f(x_0,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}$ □□□□□ $z=f(x,y)$ □□ (x_0,y_0) □□ y □□□□□□□ $f_y(x_0,y_0)$．

□□□□□ $z=f(x,y)=x^2-2xy+y^3(x>0,y>0)$ □□□□□□□□□□□ □

A□ $f_x(1,2)=-2$

B□ $f_y(1,2)=10$

C□ $f_x(m,n)+f_y(m,n)$ □□□□□ -1

D□ $f(x,y)$ □□□□□ $-\dfrac{4}{27}$

□□□□ABC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ $f_x(1,2)=-2$ □ $f_y(1,2)=10$ □□□ AB□ $f_x(m,n)+f_y(m,n)=3\left(n-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{1}{3}$ □

$f_x(m,n)+f_y(m,n)$ □□□□□ $-\dfrac{1}{3}$ □□□ $f(x,y)=(x-y)^2+y^3-y^2\geq y^3-y^2$ □□□□□ $g(x)=x^3-x^2$ □ $x>0$ □□□□□□□□

□ $f(x,y)$ □□□□□□□ CD.

□□□□

□□ $f(x,y)=x^2-2xy+y^3$ □ $x>0$ □ $y>0$ □□

□□ $f_x(x_0,y_0)=\lim\limits_{\Delta x\to +0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}=2x_0-2y_0$□□ $f_x(1,2)=-2$□

□A □□□□□

□ $f_y(x_0,y_0)=\lim\limits_{\Delta y\to +0}\dfrac{f(x_0,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta y}=-2x_0+3y_0^2$□□□ $f_y(1,2)=10$□

□B □□□□□

□□ $f_x(m,n)+f_y(m,n)=2m-2n-2m+3n^2=3n^2-2n=3\left(n-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{1}{3}$□

□□□ $n=\dfrac{1}{3}$□□ $f_x(m,n)+f_y(m,n)$ □□□□□□□□□□□ $-\dfrac{1}{3}$□□C □□□□□

$f(x,y)=(x-y)^2+y^3-y^2\geq y^3-y^2$□

□ $g(x)=x^3-x^2$ □ $x>0$□□ $g'(x)=3x^2-2x$□

□ $0<x<\dfrac{2}{3}$□□ $g'(x)<0$□□ $x>\dfrac{2}{3}$□□ $g'(x)>0$□

□ $g(x)_{\min}=g\left(\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{4}{27}$□

□□□ $x=y=\dfrac{2}{3}$□□ $f(x,y)$ □□□□□□□□□□□ $-\dfrac{4}{27}$□□D □□□□.

□□□ABC.

27□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x},x>0\\ \ln(1-x),x\leq 0\end{cases}$□□□□ x □□□ $2f^2(x)-f(x)+t=0$□3 □□□□□□□□□ t□

□□□□□□　　□□

A□ $-3\sqrt{2}$　　B□ -4　　C□ -3　　D□3

□□□□AB

□□□□

□□□□

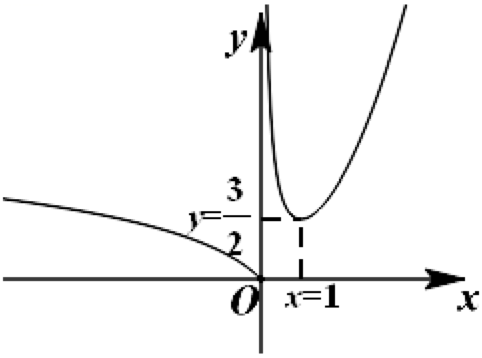
先借助导数方法求出函数 $f(x)$ 的单调区间和最值，进而作出图象，然后设 $f(x)=m$，问题转化为讨论方程 $2m^2-m+t=0$ 根的个数，最后求得答案.

【详解】

当 $x\in(-\infty,0]$ 时，$f(x)=\ln(1-x)$，单调递减，

当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}$，$f'(x)=x-\frac{1}{x^2}=\frac{x^3-1}{x^2}$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，当 $x\in(0,1)$ 时，

$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，所以在 $x=1$ 时，$f(x)$ 取得最小值，$f(1)=\frac{3}{2}$，画出 $f(x)$ 的图象，



令 $f(x)=m$，则方程为 $2m^2-m+t=0$，要想方程 $2f^2(x)-f(x)+t=0$ 有 3 个不同的实数根，结合 $f(x)$ 的图象可知需要满足：

$2m^2-m+t=0$ 有两个不同的实数根 m_1，m_2，

满足：$m_1=\frac{3}{2}$ 且 $0\le m_2<\frac{3}{2}$ 或满足：$m_1>\frac{3}{2}$ 且 $m_2<0$.

令 $g(m)=2m^2-m+t$，则 $2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}+t=3+t=0$，即 $t=-3$，当 $2m^2-m-3=0$ 时，另外一个根为 -1，不符合 $m_1=\frac{3}{2}$ 且

$0\le m_2<1$；

当 $m_1>\frac{3}{2}$ 且 $m_2<0$ 时，必须 $\begin{cases} g(0)=t<0 \\ g\left(\frac{3}{2}\right)=3+t<0 \end{cases}$，所以 $t<-3$.

综上，$t<-3$.

故选：AB.

□□□□

□□□□□□□□□ $f(x)=m$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□.

28□□2022·□□·□□1□□□□□□□2□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□□ $k+1$ □□ $p(0<p<1)$ □□ $k=10$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ p □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$\lg 0.794\approx -0.1$ □□　　□

A□0.4　　B□0.3　　C□0.2　　D□0.1

□□□□CD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ Y □□□ $E(Y)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ X □□ $E(X)=10$ □□□ $E(Y)<E(X)$ □□□□p□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ Y □□□□□ $1,11$

$P(Y=1)=(1-p)^{10}$ □ $P(Y=11)=1-(1-p)^{10}$

□ Y □□□□□□

Y	1	11
P	$(1-p)^{10}$	$1-(1-p)^{10}$

$$\therefore E(Y)=1\times(1-p)^{10}+11\times\left[1-(1-p)^{10}\right]=11-10\times(1-p)^{10}$$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ X □□ $E(X)=10$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$E(Y)<E(X)$

□$11-10\times(1-p)^{10}<10$□□$(1-p)^{10}>\frac{1}{10}$□□$1-p>10^{-0.1}$

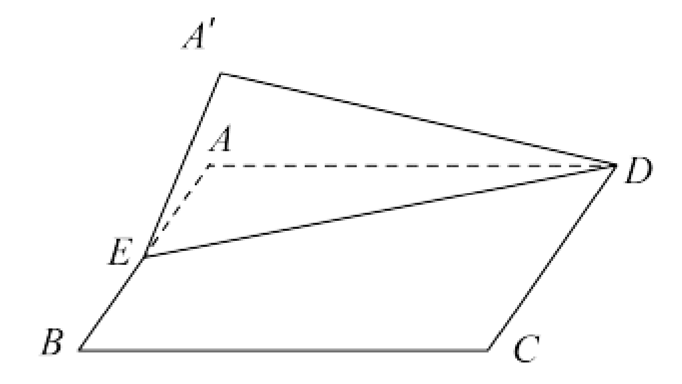
□$\lg 0.794\approx -0.1$□$\therefore 1-p>10^{\lg 0.794}=0.794$□$\therefore p<1-0.794=0.206$

$\therefore 0<p<0.206$

□□□CD

29□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□$ABCD$□□□□2□□□□□E□AB□□□□□$\triangle AED$□DE□□□□□□□□□A□A'□□□

□□□□□$A'-BCDE$□□□□□□□□□□□　　□



A□$DE\perp AA'$　　　　B□□□□□□□□□□□$A'E\perp CD$

C□□□□□□□□□□□$A'B\parallel DE$　　　　D□□□□□□□□□□□□□□$A'-BCDE$□□□□1

□□□□AB

□□□□

□□□□

□A'□$A'O\perp DE$□□□□O□□□$DE\perp$□□$A'AO$□□□□A□□□□DC□□□G□□□$EG,A'G$□□A'□□□$ABCD$□□□□□FG

□□□□□□B□□□□□$A'B$□□□□$A'B$□DE□□□□□□□□□□C□□□□□$A'O=\frac{2}{\sqrt{5}}$□□□□□□□□□□□□D□□.

□□□□

□□A□□□□□□□□A'□$A'O\perp DE$□□□□O□□□AO□BC□□F□

□□$DE\perp AO$□□$AO\cap A'O=O$□□□$DE\perp$□□$A'AO$□

□□□ $A'A\subset$ □□ $A'AO$ □□□ $DE\perp A'A$ □□□A□□□

□□B□□□ DC □□□ G □□□ $EG, A'G$ □□ A' □□□ $ABCD$ □□□□□ FG □□□□□ $DC\perp$ □□ $A'EG$ □□□□□ $A'E\perp CD$ □□□B

□□□

□□C□□□□ $A'B$ □□□ $E\subset$ □□ $A'BE$ □ $D\not\subset$ □□ $A'BE$ □

□□□□ $A'B$ □ DE □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A'B\parallel DE$ □□□C□□□

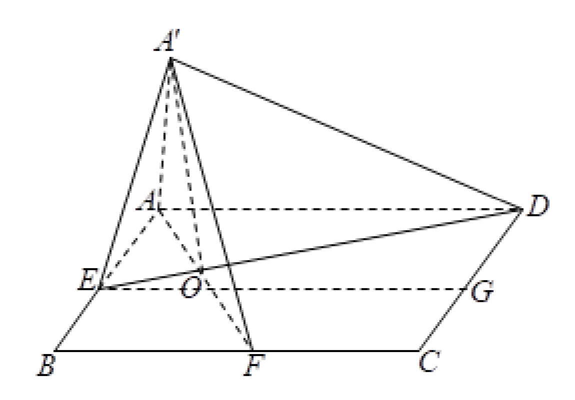
□□D□□□ $V_{A'-BCDE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(1+2)\times2\times h=1$ □□□ $h=1$ □

□ A' □ $A'O\perp DE$ □□□ $A'O=\frac{A'E\cdot A'D}{DE}=\frac{1\times2}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$ □

□□□□□□□ $h\in(0,\frac{2\sqrt{5}}{5}]$ □□□ $\frac{2}{\sqrt{5}}<1$ □

□□□□□□□□□□□□□□ $A'-BCDE$ □□□□1□□□D□□.

□□□AB.



30□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2e^{x-2}+\ln x-2$ □□□□ x_0 □□□（　　）

A□ $e^{2-x_0}+\ln x_0+3$ □□□5　　　　B□ $e^{2-x_0}+\ln x_0+3$ □□□4

C□ $x_0\in\left(1,\frac{3}{2}\right)$　　　　D□ $x_0\in\left(\frac{3}{2},2\right)$

□□□□AD

□□□□

□□□□

□□□ $f(x)=x^2e^{x-2}+\ln x-2$ □□□□ x_0 □□□ $x_0^2e^{x_0-2}+\ln x_0-2=0$ □□□□ $e^{x_0+2\ln x_0-2}+(x_0+2\ln x_0-2)=x_0+\ln x_0$ □□

$F(x)=e^x+x$ □□□□□□□ $x_0+2\ln x_0-2=\ln x_0$ □□ AB□□□□□□□□□□□□□ CD□

□□□□

$\because x_0^2e^{x_0-2}+\ln x_0-2=0$ □

$\therefore e^{x_0+2\ln x_0-2}+\ln x_0-2=0$ □

$\therefore e^{x_0+2\ln x_0-2}+(x_0+2\ln x_0-2)=x_0+\ln x_0$ □

□ $F(x)=e^x+x$ □□□□□

$\therefore$□ $F(x_0+2\ln x_0-2)=F(\ln x_0)$ □

□ $x_0+2\ln x_0-2=\ln x_0$ □

$\therefore x_0+\ln x_0=2$ □

$\therefore e^{2-x_0}+\ln x_0+3=e^{\ln x_0}+\ln x_0+3=x_0+\ln x_0+3=5$ □

□ $f(1)=\frac{1}{e}-2<0$ □ $f(2)=2+\ln 2>0$ □

□□ $\sqrt{e}>\frac{3}{2}$ □ $e^{-\frac{1}{2}}<\frac{2}{3}$ □

□ $f(\frac{3}{2})=\frac{9}{4}\cdot e^{-\frac{1}{2}}+\ln\frac{3}{2}-2<\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}+\ln\sqrt{e}-2<\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-2=0$ □

□ $x_0\in\left(\frac{3}{2},2\right)$.

□□□AD

31□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^{2x}+k}$.□□　　□

A□□ $k=0$ □□ $f(x)$ □$\mathbf{R}$□□□□□

B□□ $k=1$ □□ $f(x)$ □□□□ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

C□ $f(x)$ □□□□□□□□

D□□□□□□ a □ b □□□ $g(x)=f(x+a)+b$ □□□□□□ $k=-1$

□□□□ABD

□□□□

□□□□

A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□

B□ $e^x=t>0$ □□ $y=\frac{t+1}{t^2+1}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□B □□□

C□□□□□□□□□□□□□□□□□ $e^{2x}+2e^x-k=0$ □□□□□□□□□□□□C □□□

D□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D □□□

□□□□

A□□ $k=0$ □□ $f(x)=\frac{e^x+1}{e^{2x}}$ □□ $f'(x)=\frac{-e^x-2}{e^{2x}}=-\frac{e^x+2}{e^{2x}}<0$ □□□ $f(x)$ □ $\mathbf{R}$ □□□□□□□A □□□

B□□ $k=1$ □□ $f(x)=\frac{e^x+1}{e^{2x}+1}$ □□ $e^x=t>0$ □□

$$y=\frac{t+1}{t^2+1}=\frac{t+1}{(t+1)^2-2(t+1)+2}=\frac{1}{(t+1)-2+\frac{2}{t+1}}\le\frac{1}{2\sqrt{(t+1)\cdot\frac{2}{t+1}}-2}=\frac{1}{2\sqrt{2}-2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

□□□□□ $t=\sqrt{2}-1$ □□□□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ □□B □□□

C□ $f'(x)=\frac{-e^x(e^{2x}+2e^x-k)}{(e^{2x}+k)^2}$ □□ $f'(x)=\frac{-e^x(e^{2x}+2e^x-k)}{(e^{2x}+k)^2}=0$ □□ $e^{2x}+2e^x-k=0$ □□□ $e^{2x}+2e^x=k$ □□

$h(x)=e^{2x}+2e^x$ □□ $h'(x)=2e^{2x}+2e^x>0$ □□□ $h(x)$ □ R □□□□□□□ $x\to-\infty$ □□ $h(x)\to 0$ □ $x\to+\infty$ □□ $h(x)\to+\infty$ □

所以 $k\in(0,+\infty)$ 时，$e^{2x}+2e^{x}-k=0$ 有一个根，故 $f(x)$ 有 1 个极值点，$k\in(-\infty,0]$ 时，$e^{2x}+2e^{x}-k=0$ 无解，故 $f(x)$ 无极值点，故 $f(x)$ 不可能有 2 个极值点，故 C 错误；

D：若 $k=-1$，则 $f(x)=\dfrac{e^{x}+1}{e^{2x}-1}=\dfrac{1}{e^{x}-1}$，

取 $a=0,b=\dfrac{1}{2}$，则 $g(x)=\dfrac{1}{e^{x}-1}+\dfrac{1}{2},x\neq0$，$g(-x)+g(x)=0$，为奇函数，

当 $k\neq-1$ 时，由 C 结合函数的图象、单调性可得不存在实数 a，b，使得 $g(x)=f(x+a)+b$ 为奇函数，故 D 正确．

故选：ABD．

【点睛】

(1) 可导函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处取得极值的充要条件是 $f'(x_0)=0$，且在 x_0 左侧与右侧 $f'(x)$ 的符号不同．

(2) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内有极值，那么 $f(x)$ 在 (a, b) 内绝不是单调函数，即在某区间上单调增或减的函数没有极值．

32．（2022·湖北武昌·高三期末）已知直线 l：$y=k\left(x-\dfrac{p}{2}\right)$ 与抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 相交于 A，B 两点，点 A 在 x 轴上方，点 $M(-1,-1)$ 是抛物线 C 的准线与以 AB 为直径的圆的公共点，则下列结论正确的是（　　）

A．$p=2$　　　B．$k=-2$　　　C．$MF\perp AB$　　　D．$\dfrac{|FA|}{|FB|}=\dfrac{2}{5}$

【答案】ABC

【解析】

【分析】

由题意可知，抛物线 C 的准线为 $x=-1$，利用抛物线的几何性质求出 $p=2$ 和抛物线 C 的方程和焦点坐标 $F(1,0)$，结合直线 l 的方程可知，直线 l 经过焦点 $F(1,0)$，利用抛物线的定义表示出以 AB 为直径的圆的半径和圆心 Q，由 $|QM|=\dfrac{|AB|}{2}=r$ 得到关于 k 的方程，解方程求出 k，利用抛物线的定义求得焦半径计算可判断 $\dfrac{|FA|}{|FB|}=\dfrac{2}{5}$ 的对错．

【详解】

□□□□□□□ C □□□□ $x=-1$ □□ $\frac{p}{2}=1$ □□□ $p=2$ □□□□A□□□

□□ $p=2$ □□□□□□ C □□□□□ $y^2=4x$ □□□□□ $F(1,0)$ □

□□□ $l:\ y=k(x-1)$ □□□□□ l □□□□□□□□ $F(1,0)$ □

□□ $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ □□□ A,B □□□□□□ C □□

□□□□ $\begin{cases} y_1^2=4x_1 \\ y_2^2=4x_2 \end{cases}$ □□□□□□□□ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{4}{y_1+y_2}=k$ □

□ AB □□□□ $Q(x_0,y_0)$ □□ $y_0=\frac{2}{k}$ □□□□ $Q(x_0,y_0)$ □□□ l □□

□□□□ $x_0=\frac{2}{k^2}+1$ □□□□ $Q\left(\frac{2}{k^2}+1,\frac{2}{k}\right)$ □□ AB □□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□ Q □□□ $r=\frac{AB}{2}=\frac{x_1+x_2+2}{2}=\frac{2x_0+2}{2}=\frac{2}{k^2}+2$ □

□□ $|QM|^2=\left(\frac{2}{k^2}+2\right)^2+\left(\frac{2}{k}+1\right)^2=r^2$ □□□ $\left(\frac{2}{k^2}+2\right)^2+\left(\frac{2}{k}+1\right)^2=\left(\frac{2}{k^2}+2\right)^2$ □

□□ $k=-2$ □□□□B□□□

□□ $k=-2$ □ $k_{MF}=\frac{-1-0}{-1-1}=\frac{1}{2}$, $k_{MF}\cdot k=-1$ □□ $MF\perp AB$ □□□□C□□□

□A□ $AA_1\perp x$ □□□ B □ $BB_1\perp x$ □□□□□□□□□ x □□□ C □□ $\angle BFB_1=\theta$,

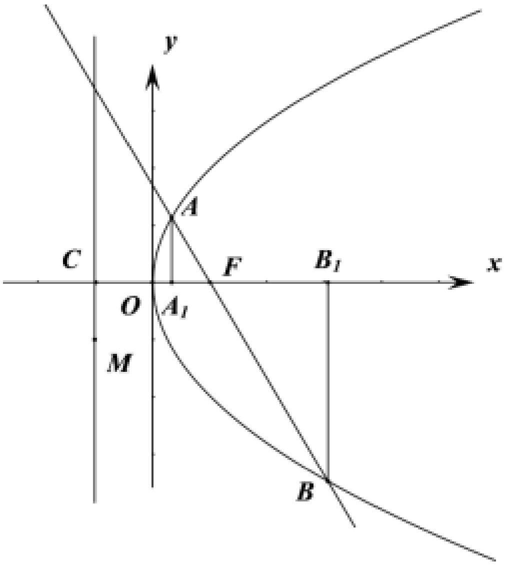
$\therefore CB_1=CF+FB_1=p+BF\cos\theta=BF$ □ $\therefore BF=\frac{p}{1-\cos\theta}$ □

$\therefore CA_1=CF+FA_1=p-AF\cos\theta=AF$ □ $\therefore AF=\frac{p}{1+\cos\theta}$ □

□ $p=2$ □ $k=-2$ □□ $\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$ □

$\therefore \frac{|FA|}{|FB|}=\frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}=\frac{(5-\sqrt{5})^2}{25-5}=\frac{30-10\sqrt{5}}{20}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$, □D□□.

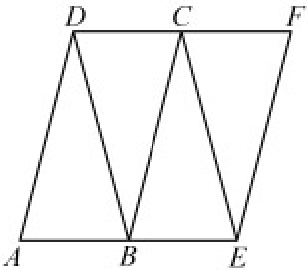
故选：ABC



【点睛】

关键点睛：本题考查抛物线的标准方程及其几何性质、圆的性质、直线与抛物线的位置关系、弦长公式、点到直线的距离公式；考查运算求解能力和逻辑推理能力；熟练掌握直线与抛物线的位置关系和抛物线的几何性质、圆的性质是求解本题的关键；属于综合型、难度大型试题．

33．（2022·湖北武昌·高三期末）已知四面体$ABCD$的一个平面展开图如图所示，其中四边形$AEFD$是边长为$2\sqrt{2}$的菱形，B，C分别为AE，FD的中点，$BD=2\sqrt{2}$，则在该四面体中（　　）



A．$BE\perp CD$

B．BE与平面DCE所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{210}}{15}$

C．四面体$ABCD$的内切球半径为$\frac{\sqrt{105}}{30}$

D．四面体$ABCD$的外接球表面积为9π

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究!

□□□□ACD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$AB=CD=\sqrt{2}$ □ $AD=BD=BC=AC=2\sqrt{2}$ □

□ AB□□ M□CD□□ N□MN□□ O□□ MN□OA□

□ O□ $OH\perp CM$ □ H□

□ OH□□□□□□□□OA□□□□□□□.

□□ $AM=CN=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$□ $CM=AN=\sqrt{AC^2-CN^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$

$MN=\sqrt{CM^2-CN^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{7}$

□□A□

$AN\perp CD$ □ $BN\perp CD$ □ $AN\cap BN=N$ □□ $CD\perp$ □□ ABN□□ $BE\subset$ □□ ABN □□□ $BE\perp CD$ □□A□□□

□□B□

□□ $CD\subset$ □□ ACD□□□□ $ABN\perp$□□ ACD□□$\angle BAN$ □ BE□□□DCE□□□□

□ $\cos\angle BAN=\frac{AM}{AN}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{2}{\sqrt{30}}=\frac{\sqrt{15}}{15}$ □□B□□□

□□C□

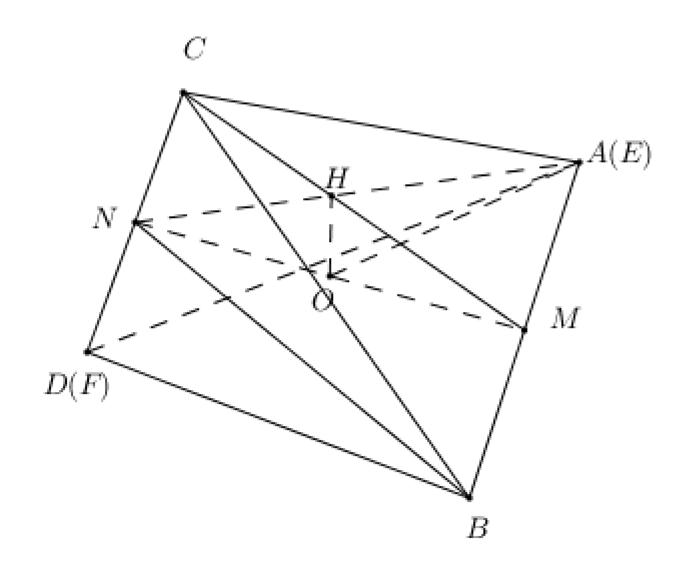
$OH=\frac{CN}{CM}\left(\frac{1}{2}MN\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{2}{\sqrt{30}}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{7}=\frac{\sqrt{105}}{30}$ □□C□□□

□□D□

$OA^2=AM^2+\left(\frac{1}{2}MN\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

□□□□□□□□□□97 □□D□□.

□□□ACD



34□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□$M: x^2+(y-2)^2=1$□□P□x□□□□□□□□□P□□M□□□□□□□□□□□

A□B□□□AB□MP□□□C□□□□□□□□□□□ □

A□□□□$PAMB$□□□□□□□$2+2\sqrt{3}$　　B□$|AB|$□□□□□2

C□□□AB□□□　　D□□□□N□$|CN|$□□□

□□□□ACD

□□□□

□□□□

□$|MP|=t$□□□□□□□□□□□□□□$|AP|=|BP|=\sqrt{t^2-1}$□□□□□□□□□□□$PAMB$□□□□□□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□

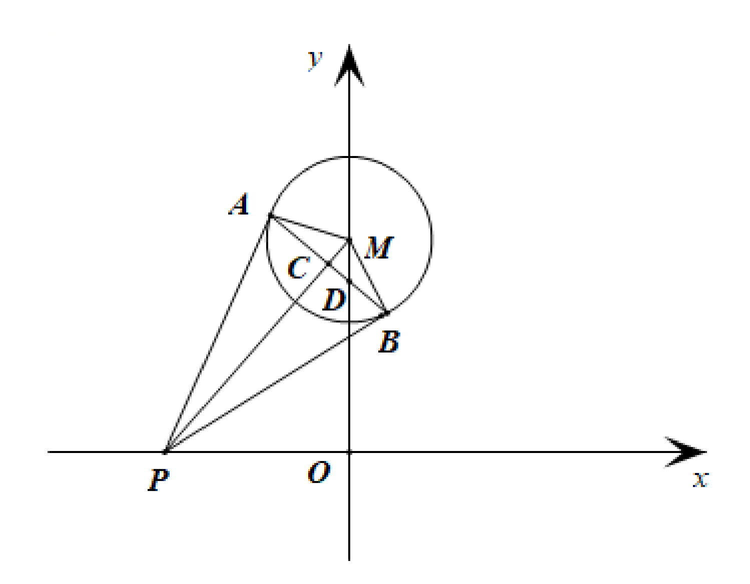
$S_{PAMB}=2S_{\triangle PAM}$□□□

$|AB|=2\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}$,□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□AB□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□C□□□□□

□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□D□□□.

□□□□

□□□□



□ $|MP|=t$ □□ $|AP|=|BP|=\sqrt{t^2-1}$ □

□□□□□ *PAMB* □□□ $2\sqrt{t^2-1}+2$ □

□ *P* □□□□□□ t □□□□ 2□

□□ t □□□□ 2 □□□□□ *PAMB* □□□□□□ $2\sqrt{3}+2$ □□ A □□□

□ $S_{PAMB}=2S_{\triangle PAM}$ □□□ $\frac{1}{2}\times|MP|\times|AB|=2\times\frac{1}{2}\times|PA|\times1$ □

□ $|AB|=\frac{2\sqrt{t^2-1}}{t}=2\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}$ □□ $t\geq2$ □□ $\sqrt{3}\leq|AB|<2$,□ B □□□

□ $P(x_0,0),A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ □

□ PA □□□□ $x_1x+(y_1-2)(y-2)=1$ □

PB □□□□ $x_2x+(y_2-2)(y-2)=1$ □

□ $P(x_0,0)$ □□□ PA □ PB □□□ $x_1x_0+(y_1-2)(-2)=1$ □ $x_2x_0+(y_2-2)(-2)=1$ □

□ AB □□□□□□ $xx_0+(y-2)(-2)=1$ □

□ $x=0$ □□ $y=\frac{3}{2}$ □□ AB □□□ $\left(0,\frac{3}{2}\right)$ □□ C □□□

□□□□□□□□□ $MP\perp AB$,□ AB □□□□ $D\left(0,\frac{3}{2}\right)$,

□*D*□□□□*MD*□□□□□□□□*MD*□□□□*N*□□$M(0□\frac{7}{4})$,

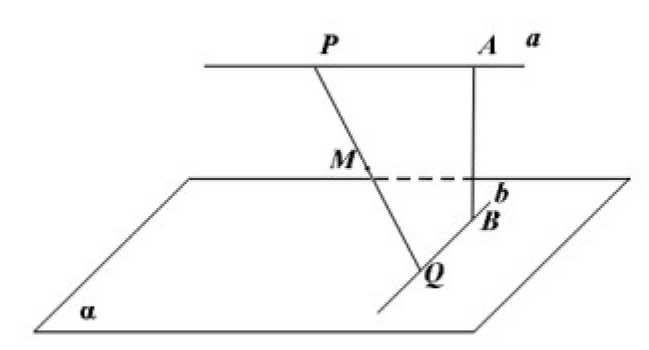
□$|CN|$□□□□□D□□□

□□□ACD.

35□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□*A*□*B*□□□□□□□□□□□□□□□□*AB*□*a*□*b*□□□□□□□□□□□□*A*□*B*□□

$AB=2\sqrt{3}$□□□*P*□*Q*□□□□□□*A*□*B*□□□*P*□□*A*□*Q*□□*B*.□□□*PQ*□*AB*□□□□$\theta=\frac{\pi}{6}$□□□*PQ*□□□□*M*□□□□□□□

□□□　　□



A□*PQ*□□□□□□

B□□□□$A-BPQ$□□□□□□□□□□□□

C□□□□$A-BPQ$□□□□□□

D□□*M*□*AB*□□□□□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□

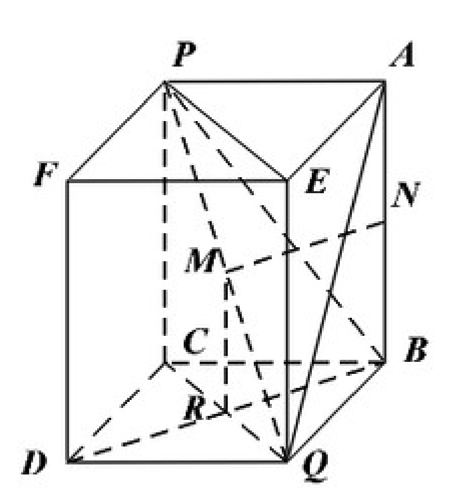
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□PE,PQ□□□□□A□B□

□□$V_{A-BPQ}=V_{P-ABQ}$□□□□□C□

□BD,CQ□□*R*□□*R*□*CQ*□□□□□*AB*□□□*N*□□□□□□□□□*RBNM*□□□□□□□□□□□□$MN\perp AB$□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□$APFE-BCDQ$□



□□ $AB//EQ$□□□ $\angle PQE$□□□□□□□□□ PQ □ AB □□□□□□ $\angle PQE=\frac{\pi}{6}$ □□□ $AB=EQ=2\sqrt{3}$ □□ $PE=2, PQ=4$ .A □□□

□ B□□□□□□ $A-BPQ$ □□□□□□□□ $APFE-BCDQ$ □□□□□□□□□□□□□ 4□□□□ 2.B □□□

□ C□ $V_{A-BPQ}=V_{P-ABQ}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABQ}\times PA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times BQ\times PA=\frac{\sqrt{3}}{3}\times BQ\times PA$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times BQ\times CB$□□□□□.C □□□

□ D□□ BD,CQ □□ R□□ R □ CQ □□□□□□ MR□□ AB □□□ N□□□ MN□□□□ M □ PQ □□□□□□

$MR//PC, MR=\frac{1}{2}PC$□□ $NB//PC, NB=\frac{1}{2}PC$□□ $MR//NB, MR=NB$□□□□□□ $RBNM$ □□□□□□□□

$MN//RB, MN=RB$□□□ $CQ=PE=2$□□ $MN=RB=\frac{1}{2}CQ=1$.

□□ $AB\perp$□□ $BCDQ$□ $RB\subset$□□ $BCDQ$□□□ $RB\perp AB$□□ $MN\perp AB$□□□□ M □ AB □□□□ 1.D □□.

□□□ABD.

36□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□ $M:(x+\cos\theta)^2+(y-\sin\theta)^2=1$ □□□ $l: y=kx$ □□□□□□□□□□□□□□□　　□

A□□□□□□ k□ θ □□□ l□□ M□□□□

B□□□□□□ θ □□□□□□ k□□□□□ l□□ M□□

C□□□□□□ k□□□□□□ θ □□□□□ l □□ M □□

D□□□□□ k □ θ □□□□ M □□□□□□ l □□□□ 3

【□□】AC

【□□】

【□□】

□□□□□□ $M(-\cos\theta,\sin\theta)$ □□□ $r=1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

【□□】

□□A □□ $M:(x+\cos\theta)^2+(y-\sin\theta)^2=1$ □□□□ $O(0,0)$ □

□□A □□□

□□ $M(-\cos\theta,\sin\theta)$ □□□ l □□□□ d □

$$d=\frac{|k\cos\theta+\sin\theta|}{\sqrt{1+k^2}}=|\sin(\theta+\varphi)|\le 1$$

$\therefore$ □□□□□□ k □□□ l □□□□□□□□

□□□□ C □□□□□ B □□□□

□□□□□□□ l □□□□□□ $d+1\le 2$ □

□□□□ D □□□.

□□:AC.

【□□】

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

37□□2022·□□·□□□□□□□□□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□ $AB=4$ □ $AC=6$ □ $AO=xAB+yAC$ □□□□□□□□□　　□

A□□ $\cos A=\frac{3}{4}$ □□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ $\frac{16\pi}{7}$

B□□ $BC=2\sqrt{7}$ □□ $3y-2x=1$

C□□ $A=\frac{\pi}{3}$ □□ $2x+3y=\frac{5}{2}$

D□□ $x=\frac{1}{6}$□$y=\frac{4}{9}$□□$|\vec{AO}|=\frac{2\sqrt{21}}{3}$

□□□□BD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□□ $AO\cdot AB=4\times2=8$□$AO\cdot AC=6\times3=18$□

□A□□ $\cos A=\frac{3}{4}$□□ $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

□□□□□□□ $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC=16$□

□□ $BC=4$

□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ R □ $\frac{BC}{2\sin A}=\frac{2}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=\frac{8}{\sqrt{7}}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$□

□□□□□□□□□ $S=\pi R=\frac{64\pi}{7}$ □□A□□□

□B□□ $BC=2\sqrt{7}$ □□□□□□□□□□□

$$\cos\angle BAC=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{4^2+6^2-(2\sqrt{7})^2}{2\times4\times6}=\frac{1}{2}$$□

□$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$

□$AO=xAB+yAC$□

□□ $\begin{cases}AO\cdot AB=xAB^2+yAC\cdot AB\\ AO\cdot AC=xAC\cdot AB+yAC^2\end{cases}$

□ $\begin{cases}2=4x+3y\\ 3=2x+6y\end{cases}$

□□ $x=\frac{1}{6}$ □ $y=\frac{4}{9}$ □□□ $3y-2x=1$ □□ B □□□

□ C□□ $A=\frac{\pi}{3}$ □□□□□ B □□□□□ $x=\frac{1}{6}$ □ $y=\frac{4}{9}$ □□ $2x+3y=\frac{5}{3}$ □□ C □□□

□ D□□ $x=\frac{1}{6}$ □ $y=\frac{4}{9}$ □□□□□ B □□□□ $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$ □

$AO=\frac{1}{6}AB+\frac{4}{9}AC\Leftrightarrow AO^2=\frac{1}{36}AB^2+\frac{16}{81}AC^2+\frac{4}{27}AB\cdot AC=\frac{28}{3}$ □

□□ $|\overrightarrow{AO}|=\frac{2\sqrt{21}}{3}$ □□ D □□.

□□□BD.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $AO\cdot AB=\frac{1}{2}|AB|^2$ □□□□□□□□□□□□□□□□.

38□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□ $C: x^2=8y$ □□□□ F □□□ $y=kx+2$ □□□□ C □□ M□N □□□□ $\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$ □

$|MN|=9$ □□ λ □□□□□□□　　□

A□$\frac{1}{3}$　　B□$\frac{1}{2}$　　C□2　　D□3

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□ $y=kx+2$ □□□□ C □□□□□□ $|MF|+|FN|=9$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|FN|}=\frac{2}{p}=\frac{1}{2}$ □□□

$|MF|,|FN|$ □□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□ $C: x^2=8y$ □□□□ $(0,2)$ □

□□□□ $y=kx+2$ □□□□ $C: x^2=8y$ □□□□

因为所以 $|MN|=9$，即 $|MF|+|FN|=9$，

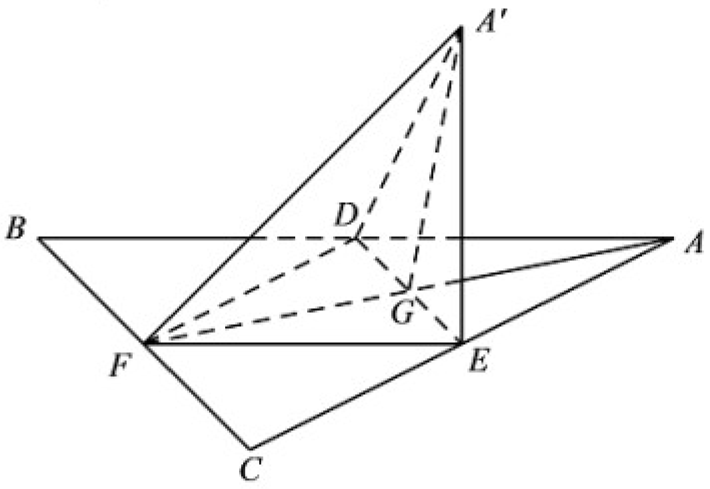
又由抛物线焦点弦的性质，可得 $\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|FN|}=\frac{2}{p}=\frac{1}{2}$，

联立方程组，可得 $\begin{cases}|MF|=6\\|FN|=3\end{cases}$ 或或 $\begin{cases}|MF|=3\\|FN|=6\end{cases}$，

又因为 $\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$，所以 $\lambda=\frac{|MF|}{|FN|}=\frac{1}{2}$ 或 2.

故选：BC.

39.（2022·河北·武安市第一中学高三阶段练习）如图，等边 $\triangle ABC$ 的中线 AF 与中位线 DE 相交于点 G，已知 $\triangle A'ED$ 是 $\triangle AED$ 绕 DE 旋转过程中的一个图形，下列命题中正确的是（　　）



A. 动点 A' 在平面 ABC 上的射影在线段 AF 上

B. 恒有 $BD\parallel$ 平面 $A'EF$

C. 三棱锥 $A'-EFD$ 的体积有最大值

D. 异面直线 $A'F$ 与 DE 不可能垂直

【答案】ABC

【解析】

【分析】

A.由斜线的射影来判断；B.根据 $BD//EF$ 来判断；C.由棱锥的体积公式可判断；D.由 $DE\perp$ 面 $A'FG$ 来判断.

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□□

∵$A'D$□$A'E$□△ABC□□□□□□

∴A'□□□ABC□□□□□□□AF□□□A □□□

∵E,F□□□CA□CB□□□□

□$BD//EF$□□$BD\not\subset$□$A'EF$□$EF\subset$□$A'EF$□

∴$BD\parallel$ □□$A'EF$□B □□□

□□□$A'-FED$□□□□□□□□□□□□□□□A'□□□□□□□□□□□□□$A'DE\perp$□□$BCED$□□□□□$A'-FED$□□□□□□□□□C □□□

∵$DE\perp A'G$□$DE\perp FG$□$FG\cap A'G=G$□

∴$DE\perp$□$A'FG$□$A'F\subset$□$A'FG$□

∴$DE\perp A'F$□□D □□.

□□□ABC.

40□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□xOy□□□□□□□□$y=f(x)$□□□□□P□□□□□□□$y=f(x)$□□□□Q□□□

$OP\cdot OQ=0$□□□□□□□$f(x)$□□“$\otimes$□□”.□□□□□□□“$\otimes$□□”□□□ □

A□$y=x+1$　　B□$y=\cos^2 x$

C□$y=\dfrac{\ln x}{x}$　　D□$y=e^x-2$

□□□□BD

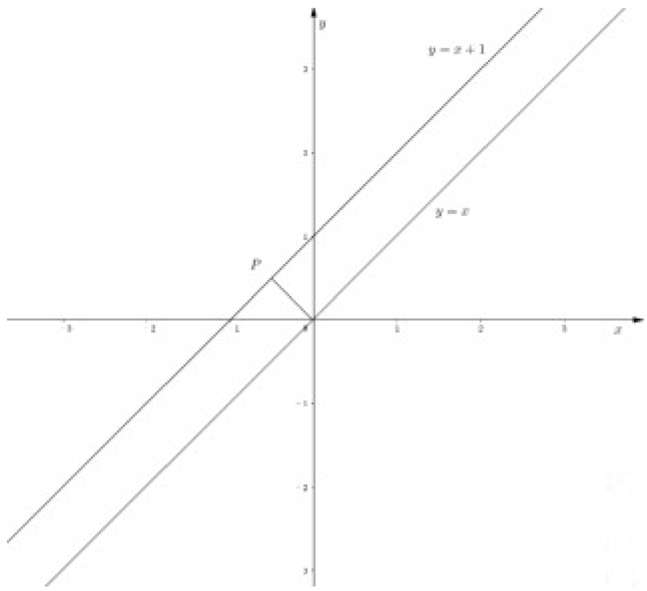
□□□□

□□□□

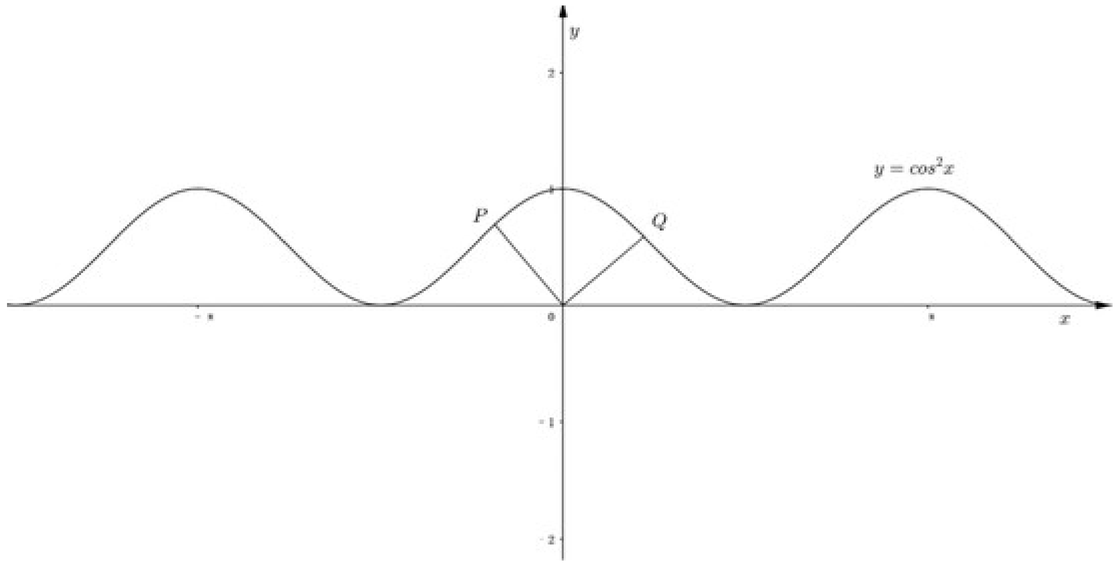
□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□ C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□ D □□□□□□□□□P□□□□□□□□Q□□□

$OP\cdot OQ=0$□□□□□□□□□.

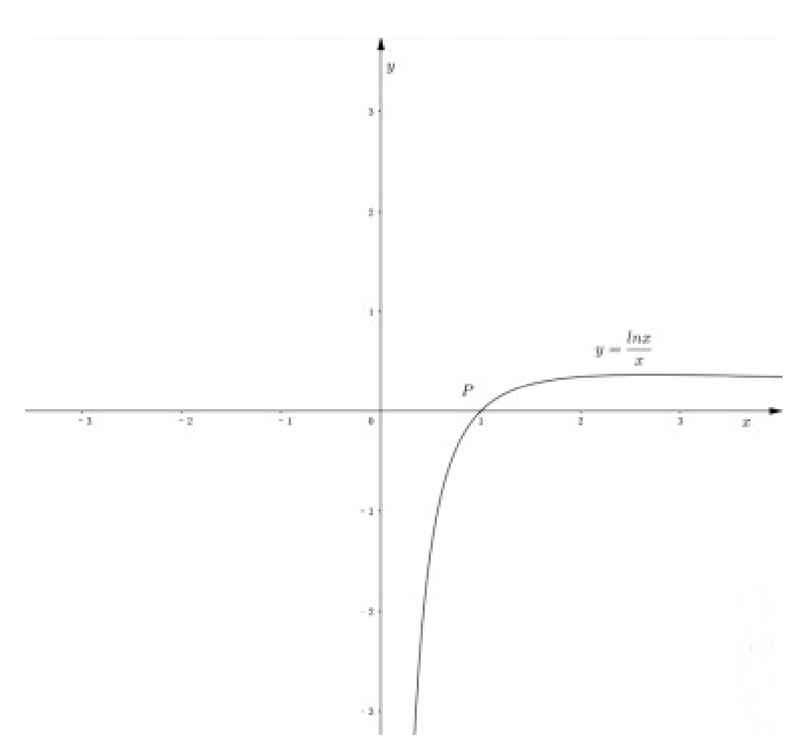
□□□□



选项 A，如图所示，曲线 $y=x+1$，当点 P 取得 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 时，要使得点 Q 满足 $OP\cdot OQ=0$ 成立，那么点 Q 落在直线 $y=x$ 上，而此时 $y=x+1$ 与 $y=x$ 两直线是平行的，不存在交点，故此时不满足在 $y=x+1$ 上存在点 Q，使得 $OP\cdot OQ=0$ 成立，故选项 A 错误；

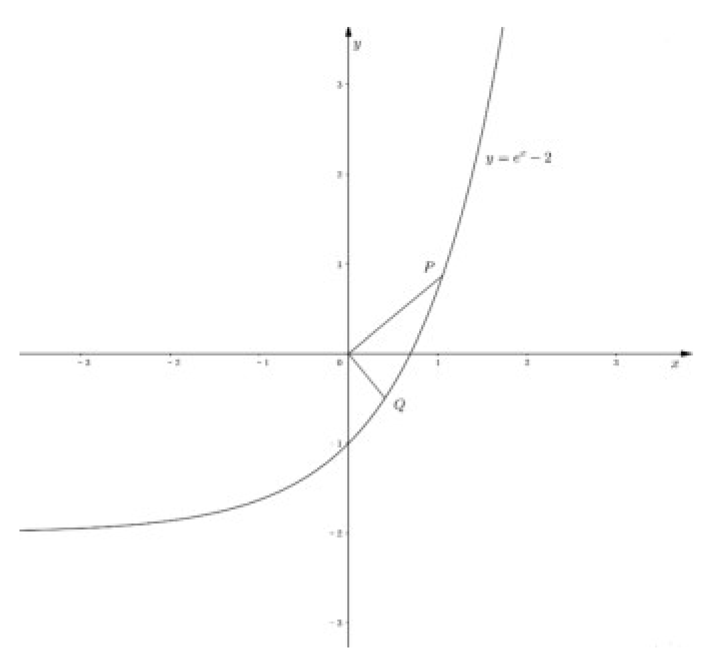


选项 B，如图所示，曲线 $y=\cos^2x$，对于曲线 $y=\cos^2x$ 上的任意点 P，都存在曲线 $y=\cos^2x$ 上的点 Q，使得 $OP\cdot OQ=0$ 成立，故选项 B 正确；



□□ C□□□□□□□□ $y=\frac{\ln x}{x}$ □□□ P□□ (1,0)□□□□□□ Q□□ $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$ □□□□□□ Q□□□□ $y=0$ □□□□□ $y=\frac{\ln x}{x}$ □ $y=0$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=\frac{\ln x}{x}$ □□□□ Q□□□ $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$ □□□□□□ C □□□

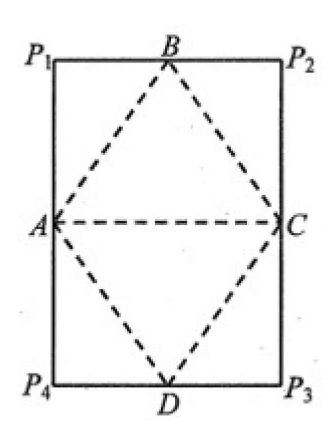


□□ D□□□□□□□□ $y=e^x-2$ □□□□□ $y=e^x-2$ □□□□□ P □□□□□□ $y=e^x-2$ □□□ Q □□□ $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$ □□□□□□ D □□□

□□□BD

41□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2},1$ □□□□□ A,B □ C,D □□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□

P_1,P_2,P_3,P_4 □□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□ □



A□□□□□□□□ $BD=\sqrt{2}$

B□□□□□□□□□□

C□□□□□□□□□□□ $BAD\perp$ □□ BCD

D□□□□□□□□□□ $\frac{1}{12}$

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A,B,C,D □□

□□□□

□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □1□

A,B,C,D □□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□

□□ P_1,P_2,P_3,P_4 □□□□□□□ P □□ P □ BD □□□□

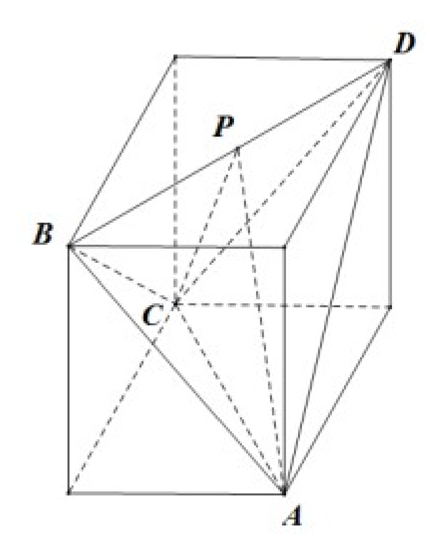
□□□□□□□□□ $ABCD$ □

□□□□□□□□ A,B,C,D □□□□□□□□□ B □□□

$AB=BC=CD=DA=\frac{\sqrt{3}}{2}$ □ $AC=BD=1$□ $AP=CP=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□A□□□□

□□ $(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=1$ □□□ $AP\perp CP$□

$BP\perp CP$□□□ $BD\perp$□□ ACP□



□□□□ $A-BCD$□□□□ $\frac{1}{3}\times BD\times S_{\triangle ACP}=\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{12}$□□D□□□

□□ $AP\perp BP$□ $AP\perp CP$□□□ $AP\perp$□□ BCD□

□ $AP\subset$□□ BAD□□□□□ $BAD\perp$□□ BCD□□C□□.

□□□BCD

42□□2022·□□□□·□□□□□□□□□6□□□□□ ABC□ M□N□□□□ AB□AC□□□□□□□ $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\lambda$ □□$\triangle AMN$□

□ MN□□□ $A'MN$□□□□□□□□□□□□□□□□ □

A□□□□□□□□□□ $A'N$□□□□ P□□□ $CP\parallel$□□ $A'BM$

B□□ $\frac{1}{2}<\lambda<1$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A'BC\perp$□□ $BCNM$

C□□ $\lambda=\frac{1}{2}$□□□□ A'□MN□B□□□□120°□□□□□ A'□$BCNM$□□□□□□□□□61π

D. 在翻折过程中，四棱锥 $A'-BCNM$ 体积的最大值为 $6\sqrt{3}$

【答案】BCD

【解析】

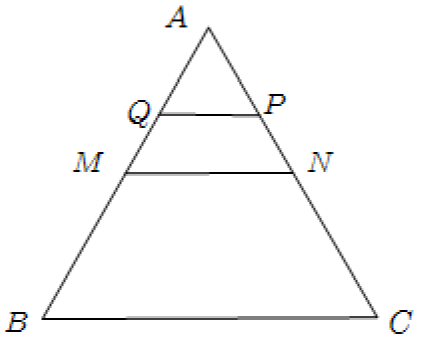
【分析】

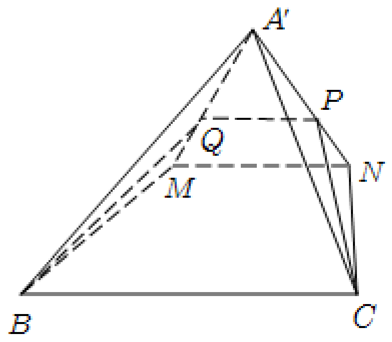
通过直线相交来判断 A 选项的正确性；通过面面垂直的判定定理判断 B 选项的正确性；通过求四棱锥 $A-BCNM$ 外接球的表面积来判断 C 选项的正确性；利用导数来求得四棱锥 $A-BCNM$ 体积的最大值.

【详解】

对于选项 A，过 P 作 $PQ//MN//BC$，交 AM 于 Q，则无论点 P 在 $A'N$ 上什么位置，都存在 CP 与 BQ 相交，折叠后为梯形 $BCQP$，

则 CP 不与平面 $A'BM$ 平行，故选项 A 错误；



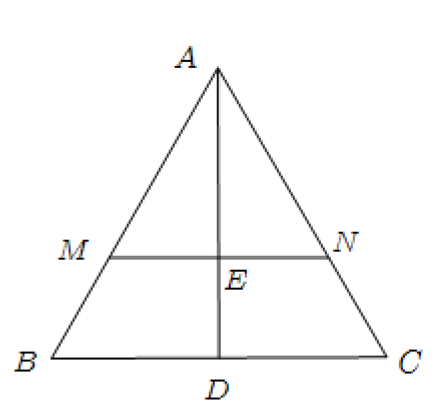


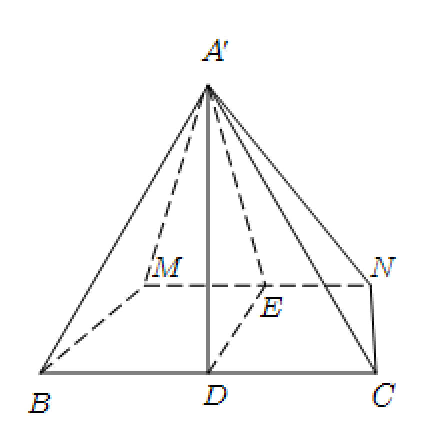
对于选项 B，设 D,E 分别是 BC,MN 的中点，

若 $\frac{1}{2}<\lambda<1$，则 $AE>DE$，所以存在某一位置使得 $A'D\perp DE$，

又因为 $MN\perp A'E$，$MN\perp DE$，且 $A'E\cap DE=E$，所以 $MN\perp$ 平面 $A'DE$，所以 $MN\perp A'D$，

$DE\cap MN=E$，所以 $A'D\perp$ 平面 $BCNM$，所以 $A'BC\perp$ 平面 $BCNM$，故选项 B 正确；





□□□□ C□□ D,E □□□ BC,MN □□□□

□$\lambda=\frac{1}{2}$□□□□ A'□MN□B □□□□ 120°□□△AMN□□□□□□

∠BMN□120°□∠C□60°□□ $BCNM$ □□□□□□□□□□□ G□□□□□□ r□

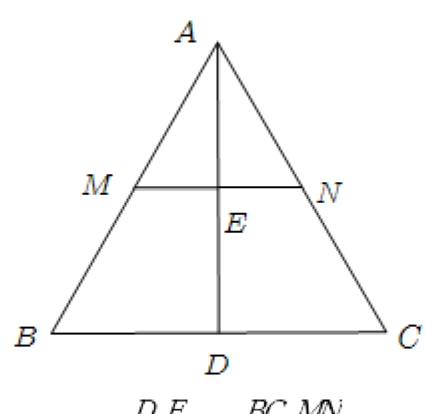
DB□DC□DM□DN□3□□□□ G □□□ D□□□ r□3□

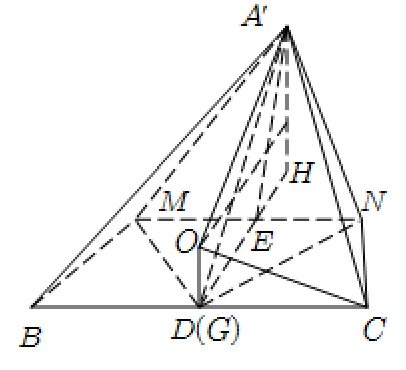
□□□ A'□MN□B □□□□□□∠$A'ED$□120°□□□ A'□ $A'H\perp DE$□□□□□ H□

EH□$\frac{3\sqrt{3}}{4}$□DH□$\frac{9\sqrt{3}}{4}$□$A'H$□$\frac{9}{4}$□$DH^2=\frac{243}{16}$□

□□□□□□□ O □□ $\begin{cases} OD^2+3^2=R^2 \\ \left(\frac{9}{4}-OD\right)^2+\frac{243}{16}=R^2 \end{cases}$ □□□ R^2□$\frac{61}{4}$□

□□□□□□□□□ S□$4\pi R^2$□61π□□□□ C □□□





□□□□ D□□ D,E □□□ BC,MN □□□□□ h □□□□ $A-BCNM$ □□.

$S_{\triangle}AMN=\frac{1}{2}$□$6\lambda\cdot 6\lambda\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\lambda^2$,

$S_{\triangle}ABC=\frac{1}{2}$□$6\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$,

所以 S□□□$BCNM=9\sqrt{3}(1-\lambda^2)$，则 VA□$BCNM=\frac{1}{3}$□$9\sqrt{3}(1-\lambda^2)$□$h\le 3\sqrt{3}(1-\lambda^2)$□$A'E$

$=3\sqrt{3}(1-\lambda^2)$□$3\sqrt{3}\lambda=27(-\lambda^3+\lambda)$，$\lambda\in(0,1)$，

可设 $f(\lambda)=27(-\lambda^3+\lambda)$，$\lambda\in(0,1)$，

则 $f'(\lambda)=27(-3\lambda^2+1)$，令 $f'(\lambda)=0$，

解得 $\lambda=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则函数 $f(\lambda)$ 在 $(0,\frac{\sqrt{3}}{3})$ 上单调递增，在 $(\frac{\sqrt{3}}{3},1)$ 上单调递减，

所以 $f(\lambda)_{max}=f(\frac{\sqrt{3}}{3})=6\sqrt{3}$，

则四棱锥 $A'-BCN$ 体积的最大值为 $6\sqrt{3}$，故选项 D 正确．

故选：BCD

43．（2022·江苏扬州·高三期末）在椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 中，其所有外切矩形的顶点在一个定圆 Γ：$x^2+y^2=a^2+b^2$ 上，称此圆为该椭圆的蒙日圆．该圆由法国数学家 $G.$ $Monge$（1745–1818）最新发现．若椭圆 C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，则下列说法中正确的有（　　）

A．椭圆 C 外切矩形面积的最大值为 $4\sqrt{2}$

B．点 $F(x,y)$ 为蒙日圆 Γ 上任意一点，点 $M(-2\sqrt{3},0)$，$N(0,2\sqrt{3})$，当 $\angle PMN$ 最大值时，$\tan\angle PMN=2+\sqrt{3}$

C．过椭圆 C 的蒙日圆上一点 P，作椭圆的一条切线，与蒙日圆交于点 Q，若 kOP，kOQ 存在，则 $k_{OP}\cdot k_{OQ}$ 为定值 $-\frac{1}{2}$

D．若椭圆 C 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过椭圆 C 上一点 P 和原点作直线 l 与蒙日圆相交于 M，N，且 $PF_1\cdot PF_2=\frac{3}{2}$，则 $PM\cdot PN=\frac{3}{2}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】

先求得椭圆 C 的蒙日圆，然后根据外切矩形的面积、两角和的正切公式、根与系数关系、判别式、向量运算的指数对选项进行分析，从而确定正确选项．

【详解】由题意可知，圆 Γ：$x^2+y^2=3$，

对于选项 A，椭圆 C 的一个外切矩形为可设为 $ABCD$，

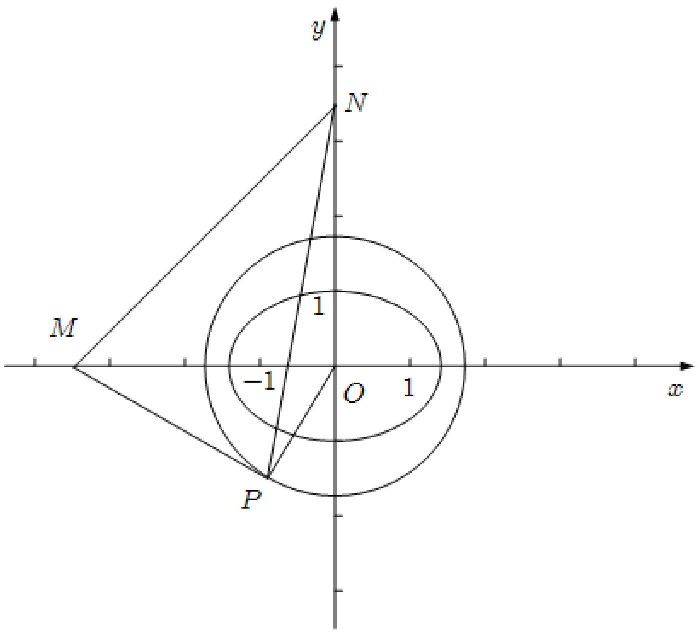
则其面积 $S=4\cdot\frac{1}{2}\cdot|OA|\cdot|OB|\cdot\sin\angle AOB=6\sin\angle AOB$，

所以矩形 $ABCD$ 的面积最大值为 $6\neq 4\sqrt{2}$，故选项 A 错误；

对于选项 B，当 PM 与圆相切且切点 P 在 x 轴下方时 $\angle PMN$ 最大，

$|OM|=2\sqrt{3},|OP|=\sqrt{3},|MP|=\sqrt{12-3}=3$，则 $\tan\angle PMO=\frac{\sqrt{3}}{3}$，且 $\angle NMO=45°$，

所以 $\tan\angle PMN=\tan(\angle PMO+45^\circ)=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}+1}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}\times 1}=2+\sqrt{3}$，故选项 B 正确；



对于选项 C，当 PQ 的斜率存在时，可设直线 PQ 的方程为 $y=kx+m$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}y=kx+m\\x^2+y^2=3\end{cases}$ 联立消去 y 可得，$(k^2+1)x^2+2kmx+m^2-3=0$，

则 $x_1+x_2=-\dfrac{2km}{k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{m^2-3}{k^2+1}$，

则 $y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=\dfrac{m^2-3k^2}{k^2+1}$，

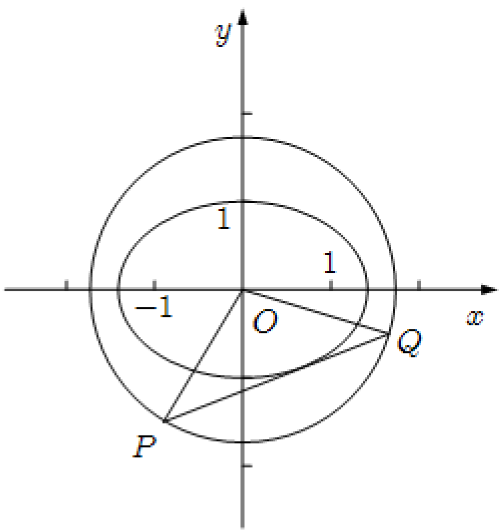
当直线 PQ 与椭圆相切时，由 $\begin{cases} y=kx+m \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 联立消去 y 可得，$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，

$\Delta=16k^2m^2-4(2k^2+1)(2m^2-2)=0$，化简得 $2k^2+1=m^2$，

所以 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=\dfrac{m^2-3k^2}{m^2-3}=-\dfrac{1}{2}$，

当 PQ 的斜率不存在时，则 $P(\sqrt{2},1)$，$Q(-\sqrt{2},1)$ 或 $Q(\sqrt{2},1)$，$P(-\sqrt{2},1)$，

此时 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\dfrac{1}{2}$，故选项 C 正确；



对于选项 D，$|PF_1||PF_2|=\dfrac{3}{2}$，因为 $|PF_1|+|PF_2|=2a=2\sqrt{2}$，

则 $|PF_1|^2+|PF_2|^2+2|PF_1|\cdot|PF_2|=8$，所以 $PF_1^2+PF_2^2=5$，

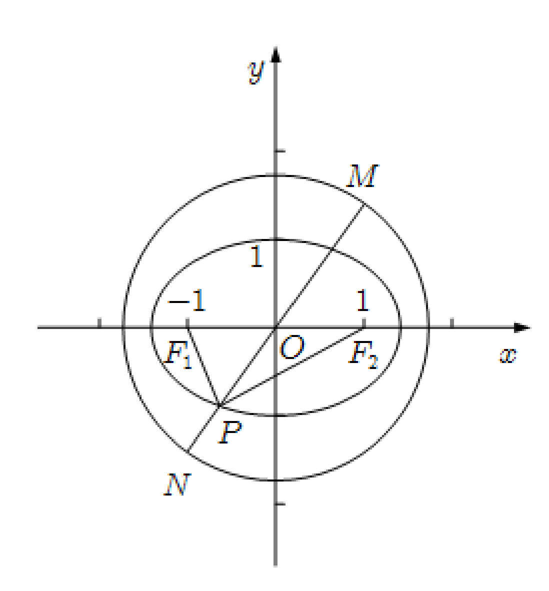
由 $\begin{cases} \overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}=2\overrightarrow{PO} \\ \overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}=\overrightarrow{F_2F_1} \end{cases}$，

所以 $\overrightarrow{PF_1}^2+\overrightarrow{PF_2}^2+2\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=4\overrightarrow{PO}^2$ ①，$\overrightarrow{PF_1}^2+\overrightarrow{PF_2}^2-2\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\overrightarrow{F_2F_1}^2$ ②，

则①+②，可得 $10=4PO^2+4$，解得 $PO^2=\dfrac{3}{2}$，

所以 $|PM|\cdot|PN|=(r-|PO|)(r+|PO|)=r^2-|PO|^2=3-\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{2}$，故选项 D 正确；

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！



□□□BCD

□□□□

□□□.□□□.

44□□2022·□□□□·□□□□□□□ $C_1: x^2+y^2-4ax+4a^2-4=0$ □□ $C_2: x^2+y^2+4by-16+4b^2=0(a,b\in R)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□　　□

A□$\frac{b+3}{a-3}\geq 1$

B□$-3\sqrt{2}\leq a+b\leq 3\sqrt{2}$

C□$4\leq(a-3)^2+(b-4)^2\leq 64$

D□$-3\leq ab\leq 3$

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□ $a^2+b^2=9$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,

□□□□

□□$C_1: x^2+y^2-4ax+4a^2-4=0$□□□$(x-2a)^2+y^2=4$□

□□□$C_1(2a,0)$□□□□2□

□□$C_2: x^2+y^2+4by-16+4b^2=0$□□□$x^2+(y+2b)^2=16$□

□□□□ $C_2(0,-2b)$ □□□□4□

□□□□ $|C_1C_2|=\sqrt{(2a)^2+(2b)^2}=2+4=6$ □

$\therefore a^2+b^2=9$ □

□ $a=0,b=3$ □ $\frac{b+3}{a-3}=-2<0$ □□ A □□□

□ $a^2+b^2\ge 2ab$ □□□ $2(a^2+b^2)\ge a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$ □

$\therefore (a+b)^2\le 2(a^2+b^2)=18$ □□□□□ $a=b$ □□□□

$\therefore -3\sqrt{2}\le a+b\le 3\sqrt{2}$ □□ B □□□

□ $a^2+b^2=9$ □□ (a,b) □□□ $(0,0)$ □□□ 3 □□□□□□□□□

$\sqrt{(0-3)^2+(0-4)^2}-3\le\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}\le\sqrt{(0-3)^2+(0-4)^2}+3$ □

□ $4\le(a-3)^2+(b-4)^2\le 64$ □□ C □□□

□ $a^2+b^2=9\ge 2|a||b|$ □□□ $|a||b|\le\frac{9}{2}$ □□□□□ $|a|=|b|$ □□□□□

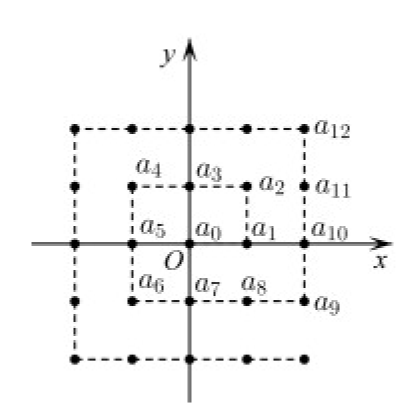
$\therefore -\frac{9}{2}\le ab\le\frac{9}{2}$ □□ D □□.

□□□BC.

45□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 0□□□ a_0 □

□ $(1,0)$ □□□□ 1□□□ a_1 □□ $(1,1)$ □□□□ 2□□□ a_2 □□ $(0,1)$ □□□□ 1□□□ a_3 □□ $(-1,1)$ □□□□ 0□□□ $a_4;\cdots$ □□□□□ □□

$(i,j)(i,j\in Z)$ □□□□ $i+j$ □□ $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$ □□□ □



A□$a_{2022}=-2$　　B□$S_{2022}=-1$　　C□$a_{8n}=0$　　D□$S_{4n^2+3n}=\dfrac{n(n-1)}{2}$

□□□□AD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□$a_1(1,0)$□$a_8(1,-1)$□8□□□□□□□□□$a_1+a_2+\cdots+a_8=0$□□□16□□□□□□□0□□□□□□n□□□

$8n$□□□□$8n$□□□□□0□□□a_{2022}□□□□□□□□□A□□□□□□a_{2023}□a_{2024}□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□

□□$S_{4n^2+3n}=S_{4n^2+4n}-\left(a_{4n^2+4n}+a_{4n^2+4n-1}+\cdots+a_{4n^2+3n+1}\right)$□□□□□□□□□□□□□□□□□D□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□$a_n=i+j$□

□□□□$a_1(1,0)$□$a_8(1,-1)$□8□□□□□□□□□$a_1+a_2+\cdots+a_8=0$□

□□□□$a_9(2,-1)$□$a_{24}(2,-2)$□16□□□□□□□□□$a_9+a_{10}+\cdots+a_{24}=0$□

□□□□□□□□□n□□□$8n$□□□□$8n$□□□□□0□

□a_{2022}□□n□□□$8+16+\cdots+8n=4n(n+1)$□

□$4\times22\times(22+1)=2024$□

□□□□□22□□□2024□□□□$S_{2024}=0$□□□a_{2024}□□□□$(22,-22)$□

□□ a_{2023} □□□□ $(21,-22)$ □ a_{2022} □□□□ $(20,-22)$ □

□□ $a_{2022}=20-22=-2$ □□A□□□

□□ $S_{2024}=0$ □

□□ $S_{2022}=S_{2024}-a_{2024}-a_{2023}=0-(22-22)-(21-22)=1$ □□B□□□

□□□□ a_{32} □□□□□1,3□□□□ $a_{32}=1+3=4\neq 0$ □□C□□□

□□ $S_{4n^2+3n}=S_{4n^2+4n}-\left(a_{4n^2+4n}+a_{4n^2+4n-1}+\cdots+a_{4n^2+3n+1}\right)$ □

□ a_{4n^2+4n} □□□□□$n,-n$□□□□ $a_{4n^2+4n}=0$ □

a_{4n^2+4n-1} □□□□□$n-1,-n$□□□□ $a_{4n^2+4n-1}=-1$

…

a_{4n^2+3n+1} □□□□□1□$-n$□□□□ $a_{4n^2+3n+1}=-(n-1)$

□□ $S_{4n^2+3n}=0-[-1-2-\cdots-(n-1)]=\dfrac{n(n-1)}{2}$ □□D□□.

□□□AD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $S_{4n^2+3n}=S_{4n^2+4n}-\left(a_{4n^2+4n}+a_{4n^2+4n-1}+\cdots+a_{4n^2+3n+1}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

46□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□ R□□□□□□□□□□ $f(x)+g(x)=a^x+\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)-\sin x$□

$a>0$□$a\neq 1$□□□$\forall t\in R$□□□$F(x)=e^{|x-3t-2022|}-\mu f(x-3t-2022)-2\mu^2$ □□□□□□□□□ μ □□□□□□　　　□

A□-1　　B□$\frac{1}{2}$　　C□1　　D□$-\frac{1}{2}$

□□□□AB

□□□□

□□□□

□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□ $f(x)=\frac{a^{-x}+a^{x}}{2}$ □□ $t(x)=e^{|x|}-\mu f(x)-2\mu^{2}$□

□□□□□□□□ $t(x)$ □□□□□ $F(x)=e^{|x-3t-2022|}-\mu f(x-3t-2022)-2\mu^{2}$ □□□□ $x=3t+2022$ □□□□□ $F(x)$ □□□□□□□□

$F(3t+2022)=e^{0}-\mu f(0)-2\mu^{2}=0$□

□□ $f(0)=\frac{a^{0}+a^{0}}{2}=1$□□□□□.

□□□□

□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□ R □□□□□□□□□□

□□□□ $f(-x)=f(x)$□ $g(-x)=-g(x)$□

□ $f(x)+g(x)=a^{x}+\ln\left(\sqrt{x^{2}+1}+x\right)-\sin x$□

$f(-x)+g(-x)=f(x)-g(x)=a^{-x}+\ln\left(\sqrt{x^{2}+1}-x\right)+\sin x$□

□□□□□□□□ $f(x)=\frac{a^{-x}+a^{x}}{2}$□

□ $t(x)=e^{|x|}-\mu f(x)-2\mu^{2}$□

$t(-x)=e^{|x|}-\mu f(-x)-2\mu^{2}=e^{|x|}-\mu f(x)-2\mu^{2}=t(x)$□

□□ $t(x)$ □□□□□□□□□ y □□□□

□□ $F(x)=e^{|x-3t-2022|}-\mu f(x-3t-2022)-2\mu^{2}$ □□□□ $x=3t+2022$ □□□

$\forall t\in R$□□□ $F(x)$ □□□□□□□□ $F(3t+2022)=0$□□ $x=3t+2022$□

$F(3t+2022)=e^{0}-\mu f(0)-2\mu^{2}=0$□

□□□ $f(0)=\frac{a^{0}+a^{0}}{2}=1$□

所以$1-\mu-2\mu^2=0$，解得$\mu=\frac{1}{2}$或$\mu=-1$，

故选：AB.

三、填空题

47．（2022·湖南长沙·高三阶段练习）已知函数$f(x)=x^2$，$g(x)=2a|x-1|$，a为常数.若对于任意x_1，$x_2\in[0,2]$，且$x_1<x_2$，都有

$f(x_1)-f(x_2)□g(x_1)-g(x_2)$，则实数$a$的取值范围是____________.

【答案】[0，1]##$\{a|0\le a\le 1\}$

【解析】

【分析】

可根据已知条件，构造函数$F(x)=f(x)-g(x)$，通过分类讨论得到$F(x)$的解析式，然后利用二次函数的对称轴确定其单调性，列式求解即可.

【详解】

对于任意x_1，$x_2\in[0,2]$，且$x_1<x_2$，都有$f(x_1)-f(x_2)□g(x_1)-g(x_2)$，即$f(x_1)-g(x_1)□f(x_2)-g(x_2)$，令

$F(x)=f(x)-g(x)=x^2-2a|x-1|$，即$F(x_1)□F(x_2)$只需在[0，2]上单调递增即可，

当$x=1$时，$F(x)=1$，函数图象恒过$(1,1)$；

当$x□1$时，$F(x)=x^2-2ax+2a$；

当$x□1$时，$F(x)=x^2+2ax-2a$；

要使$F(x)$在区间[0，2]上单调递增，则当$1□x\le 2$时，$F(x)=x^2-2ax+2a$的对称轴

$x=a\le 1$，即$a\le 1$；

当$0\le x□1$时，$F(x)=x^2+2ax-2a$的对称轴$x=-a\le 0$，即$a\ge 0$；

且$1+2a\times 1-2a\le 1-2a\times 1+2a$，

综上$0\le a\le 1$

故答案为：[0，1].

48．(2022·湖南娄底·高三期末) 若四棱锥$P-ABCD$的各顶点都在同一个球O的表面上，$PB\perp$底面$ABCD$，$PB=2$，$AB=CD=1$，$AD=2BC=2\sqrt{2}$，$BC\parallel AD$，则球O的体积为______.

【答案】$\dfrac{7\sqrt{14}}{3}\pi$

【解析】

【分析】

设球心O到平面$ABCD$的距离为h，AD，BC的中点分别为F，E，由已知条件得，四边形$ABCD$所在的截面圆的圆心G必在线段EF的延长线上，$OG\perp$平面$ABCD$，然后由直角三角形、直角梯形中求得球半径，得球体积.

【详解】

设球心O到平面$ABCD$的距离为h，AD，BC的中点分别为F，E，

由已知条件得，四边形$ABCD$所在的截面圆的圆心G必在线段EF的延长线上，$OG\perp$平面$ABCD$，$h=OG$，

因为$GA=GB$，所以$AF^2+GF^2=BE^2+EG^2$，

所以$\left(\sqrt{2}\right)^2+GF^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+GF\right)^2$，

解得$GF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$GA=\sqrt{AF^2+GF^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，

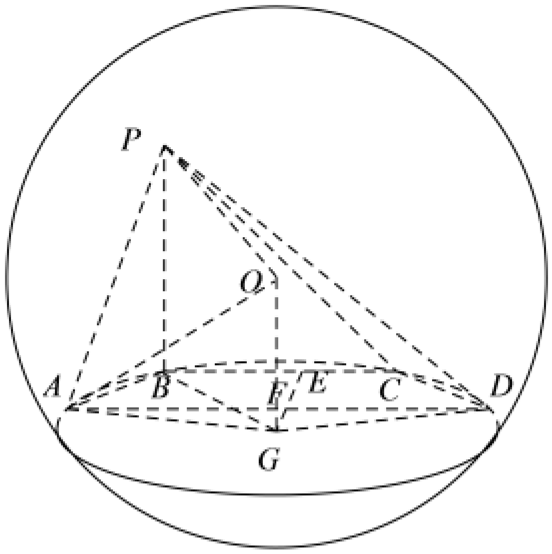
因为$OP=OA$，所以$\sqrt{GA^2+OG^2}=\sqrt{GB^2+(PB-OG)^2}$，

因为$OB=OP$，所以$OG=\dfrac{PB}{2}=1$，

所以球O的半径为$\sqrt{GA^2+OG^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)^2+1^2}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$，

所以球O的体积为$\dfrac{4\pi}{3}\left(\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right)^3=\dfrac{7\sqrt{14}}{3}\pi$.

故答案为：$\dfrac{7\sqrt{14}}{3}\pi$.



49．(2022·河北唐山·高三期末) 已知函数$f(x)=x^3-ax(a>0)$，b、c分别是$f(x)$的极大值点与极小值点，若$d>b$且$f(d)=f(b)$，则$\frac{d}{c}=$______.

【答案】2

【解析】

【分析】

求导得函数$f(x)$在$\left(-\infty,-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$和$\left(\sqrt{\frac{a}{3}},+\infty\right)$上单调递增，在$\left(-\sqrt{\frac{a}{3}},\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$上单调递减，故$b=-\sqrt{\frac{a}{3}}, c=\sqrt{\frac{a}{3}}$，在根据$d>b$且$f(d)=f(b)$得$\left(d+\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^2\left(d-2\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=0$，故$d=2\sqrt{\frac{a}{3}}$，进而得答案.

【详解】

解：$f(x)=x^3-ax(a>0)$，所以$f'(x)=3x^2-a$，

令$f'(x)=3x^2-a=0$得$x=\pm\sqrt{\frac{a}{3}}$，

所以当$x\in\left(-\infty,-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)\cup\left(\sqrt{\frac{a}{3}},+\infty\right)$时，$f'(x)>0$，当$x\in\left(-\sqrt{\frac{a}{3}},\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$时，$f'(x)<0$，

所以函数 $f(x)$ 在 $\left(-\infty,-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$ 和 $\left(\sqrt{\frac{a}{3}},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\sqrt{\frac{a}{3}},\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$ 上单调递减，

所以 $b=-\sqrt{\frac{a}{3}},c=\sqrt{\frac{a}{3}}$，

因为 $f(d)=f(b)$，$f(0)=0$

所以 $d^3-ad=-\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^3+a\sqrt{\frac{a}{3}}$，即 $d^3+\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^3-a\left(d+\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=0$，

所以 $\left(d+\sqrt{\frac{a}{3}}\right)\left(d^2-\sqrt{\frac{a}{3}}d-\frac{2a}{3}\right)=\left(d+\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^2\left(d-2\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=0$，

因为 $d>b=-\sqrt{\frac{a}{3}}$，

所以 $d=2\sqrt{\frac{a}{3}}$，所以 $\frac{d}{c}=$¿2

故答案为：2.

50.（2022·河北深州市中学高三期末）设 A_1，A_2，B_1 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右、上顶点，O 为坐标原点，D 为线段 OB_1 的中点，过 A_2 作直线 A_1D 的垂线，垂足为 H. 若 H 到 x 轴的距离为 $\frac{16}{9}|OD|$，则 C 的离心率为______.

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ##$\frac{1}{2}\sqrt{2}$

【解析】

【分析】

表示出直线 A_1D 和直线 A_2H 的方程，联立表示出 D，即可求出离心率.

【详解】

直线 A_1D 的方程为 $y=\frac{b}{2a}(x+a)$，直线 A_2H 的方程为 $y=\frac{-2a}{b}(x-a)$，

联立$\begin{cases} y=\frac{b}{2a}(x+a), \\ y=\frac{-2a}{b}(x-a), \end{cases}$得$y=\frac{4a^2b}{4a^2+b^2}$. $\because \frac{16}{9}|OD|=\frac{16}{9}\times\frac{b}{2}=\frac{8b}{9}$,

$\therefore \frac{4a^2b}{4a^2+b^2}=\frac{8b}{9}$, $\therefore a^2=2b^2$, $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

51．(2022·河北深州市中学高三期末) 四面体 $ABCD$ 的顶点 A，B，C，D 在同一个球面上，$AB=BC=AC=6$. 若该球的表面积为64π. 则四面体 $ABCD$ 体积的最大值为_______.

【答案】$18\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

先由球的表面积为64π，求得球的半径R，进而求得三棱锥$O-ABC$的高h'，然后由四面体的高最大为$h=R+h'$求解.

【详解】

因为球的表面积为64π，

所以$4\pi R^2=64\pi$，

解得球的半径$R=4$，

因为$AB=BC=AC=6$，

所以$\triangle ABC$ 的高为$3\sqrt{3}$，

记四面体 $ABCD$ 外接球心为 O，

则三棱锥$O-ABC$的高为$\sqrt{4^2-\left(\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}\right)^2}=2$，

所以四面体 $ABCD$ 体积的最大值为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times(2+4)=18\sqrt{3}$.

故答案为：$18\sqrt{3}$

52．(2022·福建省长汀县第一中学高三阶段练习) 在三棱锥$P-ABC$中，$\triangle ABC$和$\triangle PBC$都是边长为$2\sqrt{3}$的正三角形，$PA=3\sqrt{2}$.若M为三棱锥$P-ABC$外接球上的动点，则点M到平面ABC距离的最大值为__________.

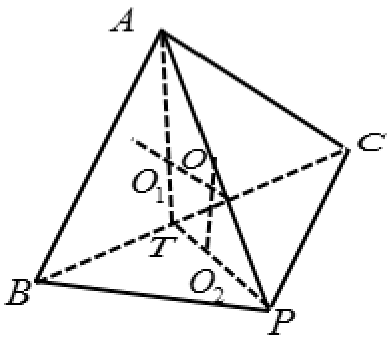
【答案】$\sqrt{5}+1$

【解析】

【分析】

设 BC 中点为 T，可证明 $PT\perp AT$，设 $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 的外心分别为 O_1 和 O_2，过 O_1 和 O_2 分别作两个平面的垂线交于点 O 即为三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心，求出外接球的半径 $R=OP$ 的长，M 到平面 ABC 的距离 $d\le R+OO_1$ 即可求解.

【详解】



设 BC 中点为 T，$\triangle ABC$ 的外心为 O_1，$\triangle PBC$ 的外心为 O_2，

过点 O_1 作面 ABC 的垂线，过点 O_2 作直线面 PBC 的垂线，

两条垂线的交点 O 即为三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心，

因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 都是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，可得 $PT=AT=3$，

又 $PA=3\sqrt{2}$，所以 $AT^2+PT^2=AP^2$，所以 $PT\perp AT$，

又因为 $AT\perp BC$，$BC\cap PT=T$，所以 $AT\perp$ 面 PBC，

因为 $AT\subset$ 平面 ABC，所以平面 $PBC\perp$ 平面 ABC，且 $TO_1=\frac{1}{3}AT=1$，

所以四边形 OO_1TO_2 是边长为 1 的正方形，所以外接球半径 $R=OP=\sqrt{OO_2^2+O_2P^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$，

M 到平面 ABC 的距离 $d\le R+OO_1=\sqrt{5}+1$，

故答案为：$\sqrt{5}+1$.

53．(2022·湖北武昌·高三期末) 已知圆 O 的方程为 $x^2+y^2=1$，P 是圆 C: $(x-2)^2+y^2=16$ 上一点，过 P 作圆 O 的两条切线，切点分别为 A、B，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围为_______.

【答案】$\left[\frac{3}{2},\frac{595}{18}\right]$

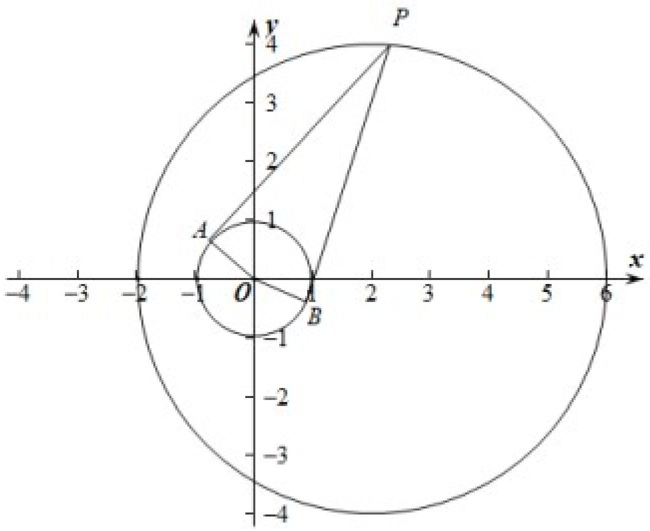
【解析】

【分析】

由圆切线的性质可知圆心切点连线与切线垂直，设 PA 与 PB 的夹角为 2α，通过解直角三角形求出 PA，PB 的长;利用向量的数量积公式表示出 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$，利用三角函数的二倍角公式化简函数，通过换元，再利用对勾函数求出最值.

【详解】

如图，



设 PA 与 PB 的夹角为 2α，

则 $|PA|=|PB|=\frac{1}{\tan\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$，

$\therefore\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=|\overrightarrow{PA}||\overrightarrow{PB}|\cos2\alpha=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\cos2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{1-\cos2\alpha}\cdot\cos2\alpha$.

P 是圆 C: $(x-2)^2+y^2=16$ 上一点，

∵2=4−¿OC∨≤∨PO∨≤∨OC∨+4=6,

$\therefore \cos\alpha = \frac{|PA|}{¿PO\vee¿=\frac{\sqrt{¿PO¿^2-1^2}}{¿PO\vee¿=\sqrt{1-¿¿¿¿}}¿}$，

$\therefore \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - \frac{2}{¿PO¿^2} \in [\frac{1}{2}, \frac{17}{18}]$

令$t = 1 - \cos\alpha \in [\frac{1}{18}, \frac{1}{2}]$，

则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = \frac{(1-t)(2-t)}{t} = t + \frac{2}{t} - 3$在$[\frac{1}{18}, \frac{1}{2}]$上递减，

所以当$t = \frac{1}{2}$时，$(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB})_{min} = \frac{3}{2}$，此时$P$的坐标为$(-2,0)$，

当$t = \frac{1}{18}$时，$(\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB})_{max}¿\frac{595}{18}$，此时$P$的坐标为$(6,0)$，

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的范围为$\left[\frac{3}{2}, \frac{595}{18}\right]$.

故答案为：$\left[\frac{3}{2}, \frac{595}{18}\right]$.

54.（2022·湖北武昌·高三期末）函数$f(x) = |2e^x - 1| - 2x$的最小值为______.

【答案】1

【解析】

【分析】

分类讨论，去掉绝对值，利用导函数研究函数单调性和极值，进而求出最小值.

【详解】

当$x \geq -\ln 2$时，$2e^x - 1 \geq 0$，此时$f(x) = 2e^x - 1 - 2x$，$f'(x) = 2e^x - 2$，令$f'(x) > 0$得：$x > 0$，令$f'(x) < 0$得：$-\ln 2 \leq x < 0$，故此时$f(x) = 2e^x - 1 - 2x$在$x=0$处取得最小值，$f(0) = 1$；

当$x← \ln 2$时，$2e^x - 1 < 0$，此时$f(x) = 1 - 2e^x - 2x$，此时$f(x) = 1 - 2e^x - 2x$在$(-\infty, -\ln 2)$单调递减，且

$f(-\ln 2) = 2\ln 2 > 1$；

综上：函数$f(x)=|2e^x-1|-2x$的最小值为1.

故答案为：1

55．（2022·湖北·荆州中学高三期末）已知双曲线$C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的左右焦点分别是$F_1$，$F_2$，点$P$是$C$的右支上的一点（不是顶点），过$F_2$作$\angle F_1PF_2$的角平分线的垂线，垂足是$M$，$O$是原点，则$|MO|=$___.

【答案】4

【解析】

【分析】

结合双曲线的定义以及三角形的中位线，求得$|MO|$.

【详解】

延长F_2M交PF_1于Q，由于PM是$\angle F_1PF_2$的角平分线，$F_2M\perp PM$，

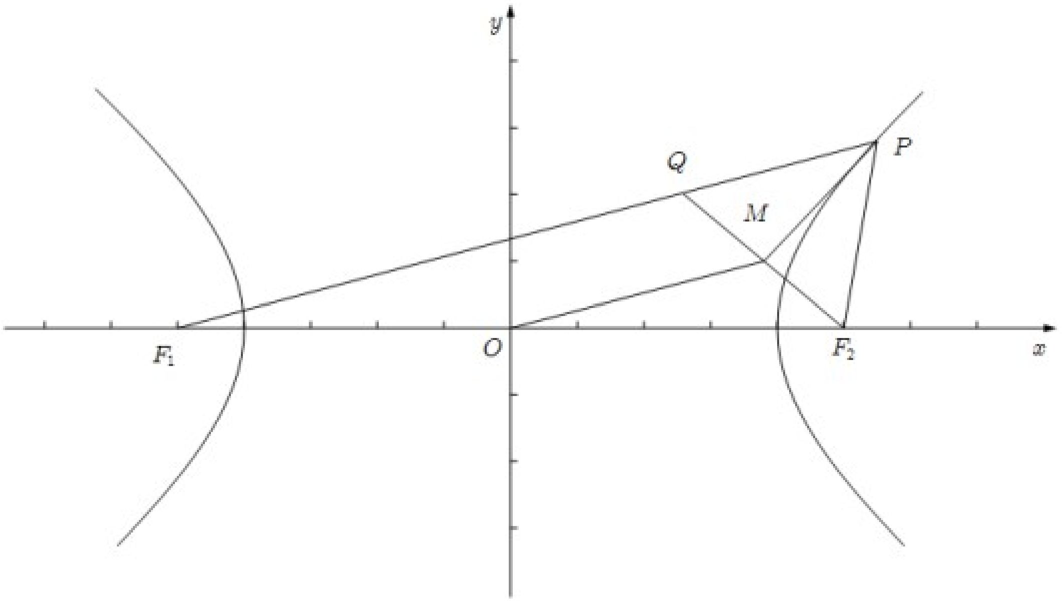
所以三角形QPF_2是等腰三角形，所以$|PQ|=|PF_2|$，且M是QF_2的中点.

根据双曲线的定义可知$|PF_1|-|PF_2|=2a$，即$|QF_1|=2a$，

由于O是F_1F_2的中点，所以MO是三角形QF_1F_2的中位线，

所以$|MO|=\frac{1}{2}|QF_1|=a=4$.

故答案为：4



56.（2022·湖北·荆州中学高三期末）九连环是我国古代至今广为流传的一种益智游戏，它由九个铁丝圆环相连成串，按一定规则移动圆环的次数，决定解开圆环的个数在某种玩法中，用 an 表示解下 n（$n\le 9$，$n\in N^*$）个圆环所需的最少移动次数，数列$\{an\}$满足 $a_1=1$，且 $an=\begin{cases}2a_{n-1}-1, n□□□ \\ 2a_{n-1}+2, n□□□\end{cases}$，则解下 n（n 为奇数）个环所需的最少移动次数为____.（用含 n 的式子表示）

【答案】2^{n-1}（$1\le n\le 9$，n 为奇数）

【解析】

【分析】

可得 n 为奇数时 $a_n=4a_{n-2}$，即数列 $\{a_n\}$ 的奇数项形成以 1 为首项，4 为公比的等比数列，即可求解.

【详解】

当 n 为奇数时，$n-1$ 为偶数，$n-2$ 为奇数，

则 $a_n=2a_{n-1}+2=2(2a_{n-2}-1)+2=4a_{n-2}$，

故数列 $\{a_n\}$ 的奇数项形成以 1 为首项，4 为公比的等比数列，

$\therefore a_n=1\times 4^{\frac{n+1}{2}-1}=2^{n-1}$（$1\le n\le 9$，$n$ 为奇数），

故解下 n（n 为奇数）个环所需的最少移动次数为 2^{n-1}（$1\le n\le 9$，n 为奇数）.

故答案为：2^{n-1}（$1\le n\le 9$，n为奇数）.

【点睛】

关键点睛：解决本题的关键是判断出数列a_n的奇数项形成以1为首项，4为公比的等比数列.

57.（2022·河北·高三阶段练习）已知四边形$ABCD$中，$\angle BAD=90°$，$BD=BC=CD=6$，三角形ABD沿BD折起，使得二面角$A-BD-C$为$120°$，则此空间四边形外接球的表面积为______.

【答案】52π

【解析】

【分析】

根据题意，过点M、N做平面ABD和平面BCD的垂线，交点为该图形的外接球的球心O，结合球的截面的性质，求解求得半径，利用表面积公式，即可求解.

【详解】

如图所示，三角形ABD的外心为BD的中点M，等边三角形BCD的外心为N，

分别过点M、N做平面ABD和平面BCD的垂线，交点为该图形的外接球的球心O，

因为$BD=BC=CD=6$，M为BD的中点，所以$CM=3\sqrt{3}$，

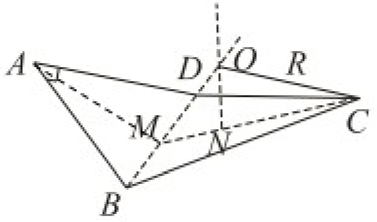
根据重心的性质，可得$MN=\sqrt{3}$，

因为二面角$A-BD-C$为120°，$\angle OMA=90^\circ$，可得$\angle OMN=30^\circ$，所以$ON=1$，

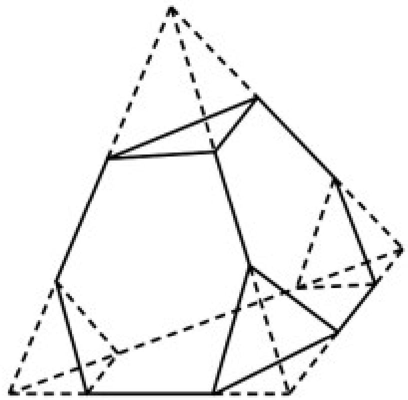
又因为$CN=2\sqrt{3}$，所以$R=\sqrt{CN^2+ON^2}=\sqrt{13}$，

所以外接球的表面积为$S=4\pi R^2=52\pi$.

故答案为：52π



58.（2022·河北·武安市第一中学高三阶段练习）阿基米德多面体，也称为半正多面体，是指至少由两种类型的正多边形为面构成的凸多面体.如图，从正四面体的4个顶点处截去4个相同的正四面体，若得到的几何体是由正三角形与正六边形构成的阿基米德多面体，且该阿基米德多面体的表面积为$7\sqrt{3}$，则该阿基米德多面体外接球的表面积为______.



【答案】$\dfrac{11\pi}{2}$

【解析】

【分析】

由阿基米德多面体的棱长为原正四面体棱长的$\frac{1}{3}$，设原正四面体的棱长为a，该阿基米德多面体与原正四面体相比较，表面积少了 8 个边长为$\dfrac{1}{3}a$的正三角形的面积，易求得其表面积，从而求得a，原正四面体接球的球心就是该阿基米德多面体外接球的球心，由外接球球心到面的距离为正四面体高的$\dfrac{1}{4}$及六边形的外接圆半径为 1 可求得外接球的半径，从而得体积.

【详解】

由题意可得阿基米德多面体的棱长为原正四面体棱长的$\frac{1}{3}$，设原正四面体的棱长为a，则其表面积为$4\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times a^2=\sqrt{3}a^2$，

由图易知该阿基米德多面体与原正四面体相比较，表面积少了 8 个边长为$\dfrac{1}{3}a$的正三角形的面积，所以该阿基米德多面体的表面积为

$$\sqrt{3}a^2-8\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{1}{3}a\right)^2=\frac{7\sqrt{3}a^2}{9}=7\sqrt{3},$$

所以$a=3$.

易知原正四面体接球的球心就是该阿基米德多面体外接球的球心，设阿基米德多面体外接球的球心为O，半径为R，

易知O与正四面体一条棱的三等分点之间的距离就是该阿基米德多面体外接球的半径R，球心O到该阿基米德多面体正六边形侧面的距离d为正四面体高的$\dfrac{1}{4}$，

由$a=3$易得正四面体的高为$\sqrt{6}$，所以$d=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，

学科网 www.zxxk.com JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐

又阿基米德多面体中每个正六边形侧面的外接圆半径$r=1$，

所以$R^2=r^2+d^2=1+\frac{6}{16}=\frac{11}{8}$，所以该阿基米德多面体外接球的表面积$S=4\pi R^2=\frac{11\pi}{2}$.

故答案为：$\frac{11\pi}{2}$.

【点睛】

方法点睛：求解几何体外接球的半径的解题思路：一是根据球的截面的性质，利用球的半径R、截面圆的半径r及球心到截面圆的距离d三者的关系$R^2=r^2+d^2$求解，

其中，确定球心的位置是关键；二是将几何体补形成长方体，利用该几何体与长方体共有的外接球的特征，由外接球的直径等于长方体的体对角线长求解.

59．（2022·河北·武安市第一中学高三阶段练习）“杨辉三角”是中国古代数学文化的瑰宝之一，最早出现在中国南宋数学家杨辉于1261年所著的《详解九章算法》一书中，欧洲数学家帕斯卡在1654年才发现这一规律，比杨辉要晚近四百年.如图，在由二项式系数所构成的“杨辉三角”中，记第2行的第3个数字为a_1，第3行的第3个数字为a_2，…，第$n+1$行的第3个数字为a_n，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=$¿__________.

第0行						1					
第1行					1		1				
第2行				1		2		1			
第3行			1		3		3		1		
第4行		1		4		6		4		1	
第5行	1		5		10		10		5		1
……		……				……				……	

【答案】220

【解析】

【分析】

先利用二项式定理，得$a_n=C_{n+1}^2$，再进行组合数计算即可.

【详解】

由题意，得$a_n=C_{n+1}^2$，

所以$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=C_2^2+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{11}^2$

¿$1+3+6+10+\frac{6\times5}{2\times1}+\frac{7\times6}{2\times1}+\frac{8\times7}{2\times1}+\frac{9\times8}{2\times1}+\frac{10\times9}{2\times1}+\frac{11\times10}{2\times1}$

¿$1+3+6+10+15+21+28+36+45+55$

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

¿220.

故答案为：220.

60．（2022·江苏宿迁·高三期末）已知一个棱长为的正方体木块可以在一个圆锥形容器内任意转动，若圆锥的底面半径为 2，母线长为 4，则的最大值为____________.

【答案】$\frac{4}{3}$##$1\frac{1}{3}$

【解析】

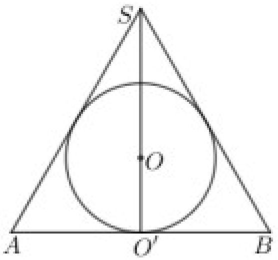
【分析】

根据给定条件求出圆锥的内切球半径，再求出此球的内接正方体的棱长即可作答.

【详解】

正方体木块可以在一个圆锥形容器内任意转动，则当正方体棱长 a 最大时，正方体的外接球恰为圆锥的内切球，

底面半径为 2，母线长为 4 的圆锥轴截面正$\triangle SAB$的内切圆 O 是该圆锥内切球 O 截面大圆，如图，



正$\triangle SAB$的高$SO'=\frac{\sqrt{3}}{2}SA=2\sqrt{3}$，则内切圆 O 的半径即球半径$R=\frac{1}{3}SO'=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

于是得球 O 的内接正方体棱长 a 有：$\sqrt{3}a=2R=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，解得：$a=\frac{4}{3}$，

所以的最大值为$\frac{4}{3}$.

故答案为：$\frac{4}{3}$

【点睛】

关键点睛：涉及与旋转体有关的组合体，作出轴截面，借助平面几何知识解题是解决问题的关键.

61．（2022·江苏扬州·高三期末）在$\triangle ABC$中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，且$a=\sqrt{3}, A=\frac{2\pi}{3}$. 若$mb+nc$（$m>0, n>0$）有最大值，则$\frac{n}{m}$的取值范围是____________.

【答案】$\left(\frac{1}{2},2\right)$

【解析】

【分析】

方法一：由已知结正弦定理可得$b=2\sin B, c=2\sin C$，从而可得$mb+nc=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]$，构造函数 f（C）

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C$，利用导数求其最大值，从而结合三角函数的性质可得结果，

方法二：由已知结正弦定理可得$b=2\sin B, c=2\sin C$，从而可得 $mb+nc=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]$，构造函数 f（C）=

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C$，然后利用辅助角公式结合三角函数的性质可求得

【详解】

法一：由题意可知，在$\triangle ABC$中，由正弦定理可得，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}}=2$，

所以$b=2\sin B, c=2\sin C$，

又 $B+C=\frac{\pi}{3}$，

则 $mb+nc=m$2sin$B+n$2sin$C=2m[\sin(\frac{\pi}{3}-C)+\frac{n}{m}\sin C]$

$=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C-\frac{1}{2}\sin C+\frac{n}{m}\sin C]$

$=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]$，

设 f（C）=$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C$，则 f′（C）=$-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\cos C$，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究!

令 $f(C)=0$，则 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\cos C=0$，

即 $\tan C=\frac{\frac{n}{m}-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\in(0,\sqrt{3})$，

所以 $\frac{n}{m}-\frac{1}{2}\in\left(0,\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，则 $\frac{n}{m}\in(\frac{1}{2},2)$．

法二：由题意可知，在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理可得，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}}=2$，

所以 $b=2\sin B, c=2\sin C$，

又 $B+C=\frac{\pi}{3}$，

则 $mb+nc=m\cdot 2\sin B+n\cdot 2\sin C=2m[\sin(\frac{\pi}{3}-C)+\frac{n}{m}\sin C]$

$=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C-\frac{1}{2}\sin C+\frac{n}{m}\sin C]$

$=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]$，

设 $t(C)=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]=2m\sqrt{\frac{3}{4}+\left(\frac{n}{m}-\frac{1}{2}\right)^2}\sin(C+\varphi)$，其中 $\tan\varphi=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{n}{m}-\frac{1}{2}}$，

则当 $C+\varphi=\frac{\pi}{2}$，即 $C=\frac{\pi}{2}-\varphi$ 时取到最大值，

则此时 $\tan C=\tan(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)}=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}=\frac{1}{\tan\varphi}=\frac{\frac{n}{m}-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\in(0,\sqrt{3})$，

所以 $\frac{n}{m}-\frac{1}{2}\in\left(0,\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，则 $\frac{n}{m}\in(\frac{1}{2},2)$．

故答案为：$\left(\frac{1}{2},2\right)$

【点睛】

关键点点睛：此题考查正弦定理的应用，考查三角函数恒等变换公式的应用，考查导数的应用，解题的关键是由正弦定理和三角函数恒等变换公式得到 $mb+nc=2m[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C]$，然后构造函数 $f(C)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C+(\frac{n}{m}-\frac{1}{2})\sin C$，利用导数或三角函数的性质求出其最值，从而可求得结果，考查数学转化思想和计算能力，属于较难题

62．(2022·辽宁大连·高三期末) 已知函数$f(x)=\frac{e^x-8x}{m}-x+\frac{2x^2}{e^x}(m\neq 0)$有三个零点$x_1,x_2,x_3$，且有$x_1<x_2<x_3$，则$\left(2-\frac{e^{x_1}}{x_1}\right)\sqrt[□]{\left(2-\frac{e^{x_2}}{x_2}\right)\left(2-\frac{e^{x_3}}{x_3}\right)}$的值为_________．

【答案】12

【解析】

【分析】

由$f(x)=0$得出$\left(2-\frac{e^x}{x}\right)^2+(m+4)\left(2-\frac{e^x}{x}\right)-12=0$，令$t=2-\frac{e^x}{x}$，得出$t^2+(m+4)t-12=0$，利用导数得出$g(x)=2-\frac{e^x}{x}$的图象，由零点的个数，结合图象求解即可．

【详解】

若$f(x)=0$，则$\frac{e^x-8x}{m}-x+\frac{2x^2}{e^x}=0$，即$e^2-8x\cdot e^x-mxe^x+2mx^2=0$

当$x=0$时，可得$e^0=0$，不成立，故$x\neq 0$

$\therefore$等式两边同除以x^2，得$\frac{e^{2x}}{x^2}-\frac{8e^x}{x}-\frac{me^x}{x}+2m=0$

即 $\left(2-\frac{e^x}{x}\right)^2+(m+4)\left(2-\frac{e^x}{x}\right)-12=0$

令 $t=2-\frac{e^x}{x}$，则 $t^2+(m+4)t-12=0$

$\Delta=[(m+4)^2-4\times1\times(-12)=(m+4)^2+48>0$

$\therefore$ 方程有两个不等的实根，t_1,t_2，$t_1\cdot t_2=-12<0$

令 $t_1>0$，则 $t_2>0$，令 $g(x)=2-\frac{e^x}{x}$，$g'(x)=\frac{e^x(1-x)}{x^2}$

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，当 $x\in(0,1)$ 或 $x\in(-\infty,0)$ 时，$g'(x)>0$

即函数 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，在 $(0,1)$，$(-\infty,0)$ 上单调递增，$g(1)=2-e<0$

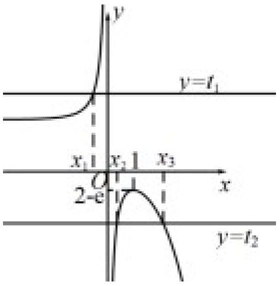
如下图所示

□ 函数 $f(x)$ 有三个零点 x_1,x_2,x_3，$x_1<x_2<x_3$

$\therefore t_1=2-\frac{e^{x_1}}{x_1},t_2=2-\frac{e^{x_2}}{x_2}=2-\frac{e^{x_3}}{x_3}$

由图可知，$\left(2-\frac{e^x}{x_1}\right)\left(2-\frac{e^{x_2}}{x_2}\right)\cdot\left(2-\frac{e^{x_3}}{x_3}\right)=-t_1\cdot t_2=12$

故答案为：12



【点睛】

方法点睛：已知零点的个数求参数的范围一般思路：利用导数得出函数的简图，由交点的个数结合图象得出参数的范围．

63．(2022·辽宁·东北育才学校高三期末) 若函数 $f(x)=mx^3+nx^2+px+q(m\neq0,n\neq0)$ 上相异的点

$\left(x_i, f\left(x_i\right)\right)(i=1,2,3,4,5,6)$，满足如下条件：①$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=f\left(x_3\right)=0$；②函数 $f(x)$ 关于点$\left(x_4, f\left(x_4\right)\right)$对称；③函数

$f(x)$ 在点$\left(x_5, f\left(x_5\right)\right)$处的切线与其相交于点$\left(x_6, f\left(x_6\right)\right)$；则$\frac{1}{x_4}\left(x_1+x_2+x_3+2x_5+x_6\right)=¿$__________.

【答案】6

【解析】

【分析】

根据条件①得到$x_1+x_2+x_3=\frac{-n}{m}$，根据条件②得到$x_4=\frac{-n}{3m}$，根据条件③得到$x_6+2x_5=\frac{-n}{m}$，有这三个结论即可求解.

【详解】

因为$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=f\left(x_3\right)=0$，所以$x_1, x_2, x_3$为$f(x)=0$的三个不同的解，

所以$f(x)=m(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$¿ m x^3-m(x_1+x_2+x_3)x^2+m(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)x-mx_1x_2x_3$

$¿ m x^3+n x^2+px+q$，

所以$-m(x_1+x_2+x_3)=n$，即$x_1+x_2+x_3=\frac{-n}{m}$.

因为$f'(x)=3mx^2+2nx+p$，

又因为 $f(x)$ 关于点$\left(x_4, f\left(x_4\right)\right)$对称，

所以$x=x_4$为$f'(x)=3mx^2+2nx+p$的对称轴，

所以$x_4=\frac{-n}{3m}$.

$f'(x_5)=3mx_5□^2+2nx_5+p$，

$f(x)$ 在$(x_5, f(x_5))$处的切线为$y=(3mx_5□^2+2nx_5+p)(x-x_5)+mx_5□^3+nx_5□^2+px_5+q$，

因为函数 $f(x)$ 在点$\left(x_5, f\left(x_5\right)\right)$处的切线与其相交于点$\left(x_6, f\left(x_6\right)\right)$，

所以$\left(x_6, f\left(x_6\right)\right)$切线上，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究!

学科网 www.zxxk.com JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐

即$(3mx_5^2+2nx_5+p)(x_6-x_5)+mx_5^3+nx_5^2+px_5+q=mx_6^3+nx_6^2+px_6+q$，

展开化简$(3mx_5^2+2nx_5+p)(x_6-x_5)$

¿$m(x_6-x_5)(x_6^2+x_6x_5+x_5^2)+n(x_6-x_5)(x_6+x_5)+p(x_6-x_5)$，

因为$x_6\neq x_5$，所以$3mx_5^2+2nx_5+p=mx_6^2+mx_6x_5+mx_5^2+nx_6+nx_5+p$，

即$mx_6^2-2mx_5^2+mx_6x_5+nx_6-nx_5=0\Rightarrow m(x_6-x_5)(x_6+2x_5)+n(x_6-x_5)=0$，

从而可得$x_6+2x_5=\frac{-n}{m}$．

综上，$x_1+x_2+x_3=\frac{-n}{m}$，$x_6+2x_5=\frac{-n}{m}$，$x_4=\frac{-n}{3m}$．

所以$\frac{1}{x_4}(x_1+x_2+x_3+2x_5+x_6)=\frac{-3m}{n}(\frac{-n}{m}-\frac{n}{m})=6$．

故答案为：6

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！